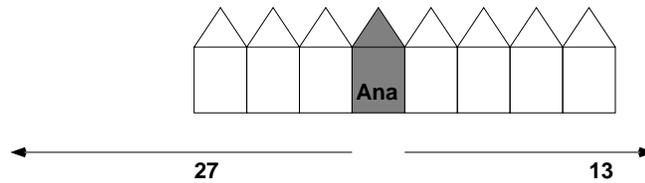


# Examen Eliminatorio Estatal de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2009

*Instrucciones: En la hoja de las respuestas marca la respuesta que creas correcta. Si marcas más de una respuesta en alguna pregunta se considerará incorrecta tu respuesta. Cada respuesta correcta vale: 3 puntos para los problemas 1 a 10, 4 puntos para los problemas 11 a 20, y 5 puntos para los problemas 21 a 30.*

*Tiempo límite: 3:30h*

1. Ana y Pedro viven en la misma calle (sobre la misma banqueta). De un lado de la casa de Ana hay 27 casas y del otro hay 13 casas. Pedro vive en la casa que está justo en medio de la calle. ¿Cuántas casas hay entre la casa de Ana y la de Pedro (sin contar la de Ana y la de Pedro).

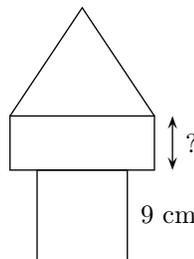


- (a) 6                      (b) 7                      (c) 8                      (d) 14                      (e) 21

2. En una fiesta hay 4 niños y 4 niñas. Los niños bailaron sólo con las niñas y las niñas sólo con los niños. Al final se les preguntó a cada uno con cuántas parejas habían bailado. Los niños dieron las respuestas 3, 1, 2, 2 y las niñas dijeron 2, 2, 2 y no se oyó la respuesta de la cuarta niña. ¿Cuál fue su respuesta?

- (a) 0                      (b) 1                      (c) 2                      (d) 3                      (e) 4

3. La “torre” del dibujo está formada por tres figuras con el mismo perímetro: un cuadrado, un rectángulo y un triángulo equilátero. Si el lado del cuadrado es de 9 cm, ¿cuál es la longitud del lado marcado del rectángulo?

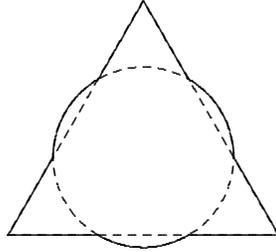


- (a) 4 cm                      (b) 5 cm                      (c) 6 cm                      (d) 7 cm                      (e) 8 cm

4. Ezequiel tiene 4 monedas, una de un peso, otra de 2 pesos, otra de 4 pesos y otra de 8 pesos. ¿Cuántos precios distintos puede pagar usando esas monedas?

- (a) 4                      (b) 8                      (c) 10                      (d) 12                      (e) 15

5. En la figura se muestra un triángulo equilátero de lado 3 cm y sobrepuesto hay un círculo de radio 1 cm de tal manera que el centro del círculo coincide con el centro del triángulo. ¿Cuál es el perímetro de la figura formada por el contorno (marcada con línea continua en la figura)?

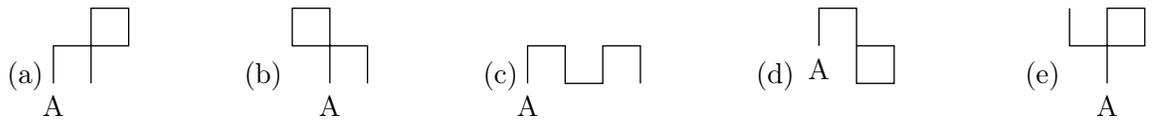


- (a)  $3 + 2\pi$  cm                      (b)  $6 + \pi$  cm                      (c)  $9 + \frac{\pi}{3}$  cm                      (d)  $3\pi$  cm                      (e)  $9 + \pi$  cm

6. A las 6:15 un fantasma apareció y el reloj loco, que estaba mostrando la hora correcta, empezó a caminar a la velocidad correcta pero en sentido contrario. El fantasma desapareció a las 19:30 (hora real). ¿Qué hora marcaba el reloj loco en ese momento?

- (a) 17:00                      (b) 17:45                      (c) 18:30                      (d) 19:00                      (e) 19:15

7. Silvia dibuja figuras que consisten en líneas rectas de longitud 1 cm. Al final de cada línea da vuelta a la derecha o a la izquierda en ángulo recto y en cada vuelta dibuja el símbolo ♡ o ♠ en una hoja aparte. Un día dibujó una figura y la sucesión de símbolos ♡ ♠ ♠ ♠ ♡ ♡. Si el mismo símbolo representa la misma dirección para la vuelta, ¿cuál de las siguientes figuras pudo haber dibujado si empezó en el punto A?



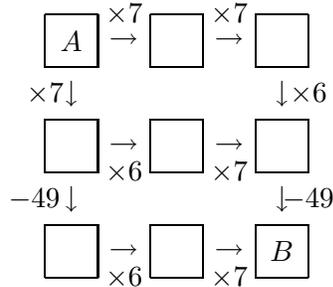
8. En el país Piesraros el pie izquierdo de cada hombre es dos números más grande que su pie derecho, y el pie izquierdo de cada mujer es un número más grande que el derecho. Sin embargo los zapatos se venden por pares del mismo número. Para ahorrar, un grupo de amigos compró una colección de zapatos. Al final sobraron sólo dos zapatos: uno de talla 21 y otro de talla 30. ¿Cuál es el mínimo número posible de personas en ese grupo?

- (a) 5                      (b) 6                      (c) 7                      (d) 8                      (e) 9

9. Tengo unas canicas azules, otras rojas y otras verdes. Si 6 de ellas son verdes, una octava parte del total son azules y el número de rojas es 5 veces el de azules, ¿cuántas canicas tengo?

- (a) 16                      (b) 20                      (c) 24                      (d) 32                      (e) 40

10. Raquel piensa un número entero y lo escribe en la casilla marcada con  $A$ . Después sigue uno de los caminos indicados por las flechas haciendo las operaciones que se indican. ¿Puede obtener el número 2009 al llegar a la casilla  $B$ ?



- (a) Sí, por cualquiera de los tres caminos.  
 (b) Sí, por dos de los caminos y empezando con el mismo número en ambos.  
 (c) Sí, por dos de los caminos y empezando con distinto número en cada uno.  
 (d) Sí, por uno solo de los caminos.  
 (e) No, no es posible.

11. Ocho tarjetas numeradas del 1 al 8 se distribuyen en dos cajas  $A$  y  $B$  de manera que las sumas de los números de las tarjetas en ambas cajas es la misma. Se sabe que hay exactamente 3 tarjetas en la caja  $A$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser verdadera forzosamente?

- (a) Tres tarjetas en la caja  $B$  tienen número impar.  
 (b) Cuatro tarjetas en la caja  $B$  tienen número par.  
 (c) La tarjeta con el número 1 no está en la caja  $B$ .  
 (d) La tarjeta con el número 2 está en la caja  $B$ .  
 (e) La tarjeta con el número 5 está en la caja  $B$ .

12. ¿Cuál es el máximo número de enteros entre 1 y 10 que pueden escribirse en un renglón sin repetir si se quiere que para cualesquiera dos números que queden juntos uno de ellos sea múltiplo del otro?

- (a) 6                      (b) 7                      (c) 8                      (d) 9                      (e) 10

13. Leo escribió una lista de números de tal manera que a partir del tercero cada uno es la suma de los dos que le preceden en la lista. Si el cuarto número de la lista es 6 y el sexto es 15, ¿cuál es el séptimo?

- (a) 9                      (b) 16                      (c) 21                      (d) 22                      (e) 24

14. Queremos colorear los cuadrados de la cuadrícula usando los colores  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  de tal manera que cuadrados vecinos no tengan el mismo color (cuadrados que compartan un solo vértice también se consideran vecinos). Algunos de los cuadrados ya están coloreados como indica la figura. ¿Cuáles son las posibilidades para el cuadrado sombreado?

$A$	$B$			
$C$	$D$			
		$B$		
$B$				

- (a) sólo  $B$       (b) sólo  $C$       (c) sólo  $D$       (d) cualquiera de  $C$  o  $D$       (e) no es posible

15. Si  $x = 2^{25}$ ,  $y = 8^8$  and  $z = 3^{12}$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

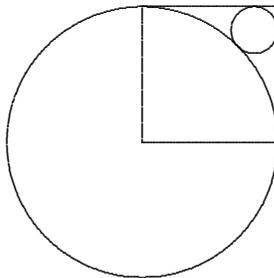
- (a)  $x < y < z$       (b)  $y < x < z$       (c)  $y < z < x$       (d)  $z < x < y$       (e)  $z < y < x$

16. En cada cuadrado de la cuadrícula queremos escribir números enteros positivos distintos de tal manera que en cada renglón cada uno de los números sea múltiplo del que le precede y lo mismo en cada columna (de izquierda a derecha y de arriba a abajo). ¿Cuál es el menor valor posible para  $A$ ?

			$A$

- (a) 120      (b) 72      (c) 60      (d) 32      (e) 12

17. El cuadrado de la figura tiene lado 1. ¿Cuánto mide el radio del círculo menor?

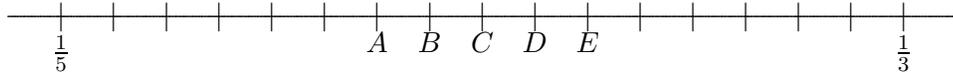


- (a)  $\sqrt{2} - 1$       (b)  $\frac{1}{4}$       (c)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       (d)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$       (e)  $(\sqrt{2} - 1)^2$

18. El círculo  $\mathcal{F}$  tiene radio 13 cm y centro  $F$ . El círculo  $\mathcal{G}$  tiene radio 15 cm y centro  $G$ . Los círculos se intersectan en los puntos  $A$  y  $B$  y la longitud de  $AB$  es de 24 cm. ¿Cuánto mide  $FG$ ?

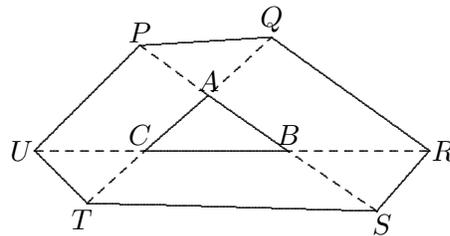
- (a) 2 cm                      (b) 5 cm                      (c) 9 cm                      (d) 14 cm                      (e) 18 cm

19. Las fracciones  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{5}$  están señaladas en la recta numérica y el segmento que las une se ha dividido en 16 partes iguales. ¿En qué posición se encuentra  $\frac{1}{4}$ ?



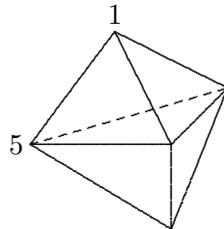
- (a) A                              (b) B                              (c) C                              (d) D                              (e) E

20. Los lados del triángulo  $ABC$  se prolongan hacia ambos lados hasta los puntos  $P, Q, R, S, T$  y  $U$  de tal forma que  $|PA| = |AB| = |BS|$ ,  $|TC| = |CA| = |AQ|$  y  $|UC| = |CB| = |BR|$ . Si el área de  $ABC$  es 1, ¿cuál es el área del hexágono  $PQRSTU$ ?



- (a) 9                              (b) 10                              (c) 12                              (d) 13                              (e) falta información

21. La figura muestra un sólido formado con 6 caras triangulares. En cada vértice hay un número. Para cada cara consideramos la suma de los tres vértices de esa cara. Si todas las sumas son iguales y dos de los números son 1 y 5 como se muestra, ¿cuál es la suma de los 5 números?



- (a) 9                              (b) 12                              (c) 17                              (d) 18                              (e) 24

22. ¿Cuál es el menor entero  $n$  para el cual  $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$  es un cuadrado perfecto?

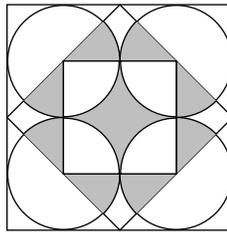
- (a) 6                              (b) 8                              (c) 16                              (d) 27                              (e) otra respuesta

23. En la tabla de  $3 \times 3$  de la figura se muestra a la derecha de cada renglón y abajo de cada columna la suma de los elementos de la fila respectiva. ¿Cuánto vale  $\blacksquare + \emptyset - \triangle$ ?

$\blacksquare$	$\emptyset$	$\blacksquare$	11
$\emptyset$	$\blacksquare$	$\triangle$	8
$\emptyset$	$\triangle$	$\blacksquare$	8
10	8	9	

- (a) 4                      (b) 5                      (c) 6                      (d) 7                      (e) 8

24. ¿Por qué número hay que multiplicar el área del cuadrado grande para obtener el área sombreada?



- (a)  $\frac{1}{4}$                       (b)  $\frac{\pi}{12}$                       (c)  $\frac{\pi+2}{16}$                       (d)  $\frac{\pi}{4}$                       (e)  $\frac{1}{3}$

25. Tengo tres recipientes de un litro cada uno. El primero contiene 60% de jugo de naranja y 40% de agua. El segundo tiene 80% de jugo de naranja y 20% de jugo de limón. El tercero está vacío y quiero llenarlo (usando el líquido de los otros dos recipientes) de tal manera que me quede el doble de cantidad de jugo de naranja que de agua. ¿Qué porcentaje de jugo de limón le quedará al tercer recipiente?

- (a) 2%                      (b) 4%                      (c) 5%                      (d) 8%                      (e) 10%

26. Formados en una fila hay 25 personas; algunas dicen siempre la verdad y las demás siempre mienten. La primera persona de la fila dijo que todas las demás son mentirosas. Cada una de las otras personas dijo que la persona delante de ella es mentirosa. ¿Cuántas de las personas de la fila son mentirosas?

- (a) 0                      (b) 12                      (c) 13                      (d) 24                      (e) imposible de determinar

27. Un cuadrado se partió en 2009 cuadrados de lados enteros. ¿Cuál es la menor longitud posible para el lado del cuadrado original?

- (a) 44                      (b) 45                      (c) 46                      (d) 503                      (e) 2009

28. Una caja contiene 2 calcetines blancos, 3 rojos y 4 azules. Liz sabe que una tercera parte de todos los calcetines tiene un hoyo. ¿Cuántos calcetines debe de sacar Liz al azar para poder asegurar que tendrá dos del mismo color que no tengan hoyo?

- (a) 2                      (b) 3                      (c) 6                      (d) 7                      (e) 8

29. ¿Cuántos números  $N$  satisfacen que si  $d$  y  $D$  son el menor y el mayor divisor positivo de  $N$ , respectivamente (distintos de 1 y de  $N$ ) entonces  $D = 45d$ ?

- (a) 0                      (b) 1                      (c) 2                      (d) más de 2 (finito)                      (e) una infinidad

30. En un concurso de matemáticas hubo 100 competidores que tenían que resolver 4 problemas. Resultó que 90 concursantes resolvieron el primer problema, 85 resolvieron el segundo, 80 resolvieron el tercero y 70 resolvieron el cuarto. ¿Cuál es el mínimo número posible de concursantes que resolvieron los 4 problemas?

- (a) 5                      (b) 10                      (c) 15                      (d) 20                      (e) 25