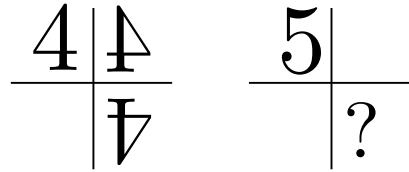


**Soluciones para el Examen de Invitación a la
Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2020 (versión A)**

1. El número 4 está junto a dos espejos así que se refleja como se muestra en la figura. ¿Qué figura se obtiene cuando el 5 se refleja en los dos espejos?



- (a) (b) (c) (d) (e)

Solución. (c)

2. El carrusel va dando vueltas y tarda 50 segundos en dar una vuelta completa. Al principio el caballo está enfrente; 10 segundos después está el delfín, etcétera. ¿Qué animal queda enfrente después de 3 minutos?



- (a) (b) (c) (d) (e)

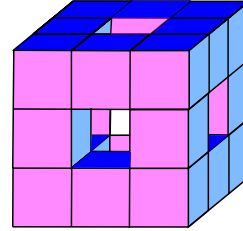
Solución. (d) Cada 10 segundos hay un nuevo animal enfrente; 3 minutos equivale a $180 = 150 + 30$ segundos, así que estará el tercer animal antes del caballo, es decir, el flamenco.

3. Ordenados en una fila detrás de una cortina se formaron Armando, Beto, Carlos, Diego y Enrique, en ese orden. Armando mide más que Diego y que Enrique; el más alto es Beto y el más bajo es Carlos; Enrique es más alto que Diego. ¿Cómo se ven sus siluetas?

- (a) (b) (c) (d) (e)

Solución. (a) En todas las opciones, salvo en (a), Armando mide menos que Diego o que Enrique. En la opción (a) todas las condiciones se cumplen.

4. Con cubos de lado 1 se formó un cubo de $3 \times 3 \times 3$. Después, en cada una de las direcciones se hicieron perforaciones de adelante hacia atrás, de izquierda a derecha y de arriba a abajo, quitando siempre los cubos centrales de lado 1 (ver la figura). ¿Cuántos cubos de lado 1 quedaron?



- (a) 15 (b) 18 (c) 20 (d) 21 (e) 24

Solución. (c) Dividamos el cubo grande en capas: la de enfrente, la central y la de atrás. En la capa de enfrente se quitó sólo un cubo y lo mismo en la capa de atrás; en la segunda capa se quitaron 5 cubitos (pues sólo quedaron los de las esquinas de ese nivel). Quedaron $27 - 1 - 5 - 1 = 20$ cubitos.

5. El número 2581953764 se escribe en una tira de papel. Rubén va a cortar la tira dos veces para obtener 3 números y sumarlos. ¿Cuál es la menor suma que puede lograr?

- (a) 2675 (b) 2975 (c) 2978 (d) 4217 (e) 4298

Solución. (b) La suma menor se obtiene de manera que los números tengan menos cifras. Como son 10 cifras, lo mejor es partirlas en 3, 3 y 4. Además, el que tiene 4 cifras debe empezar con la cifra más pequeña. En este caso, lo partimos en 258, 1953 y 764.

6. Alan dibujó en su cuaderno dos puntos A y B con distancia entre ellos de 2 cm. ¿De cuántas maneras puede elegir ahora un punto C de forma que el triángulo ABC sea un triángulo rectángulo con área 1?

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6 (e) 8

Solución. (d) El ángulo recto del triángulo puede estar en A , en B o en C , y el punto C debe estar en una paralela a distancia 1 de la recta AB . Para cada una de estas opciones hay dos elecciones posibles para el punto C (si pensamos que el segmento está dibujado de forma horizontal, hay una arriba y otra abajo del segmento).

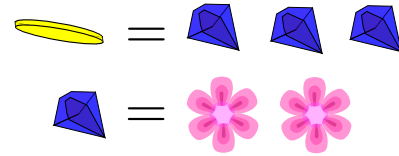
7. Una pedazo rectangular de piel mágica se reduce a la mitad de su largo y a la tercera parte de su ancho después de cumplirle un deseo a su dueño. Después de tres deseos la piel tiene un área de 4 cm^2 . Si su ancho inicial era de 9 cm, ¿cuál era su largo inicial?

- (a) Faltan datos (b) 96 cm (c) 288 cm (d) 32 cm (e) 144 cm

Solución. (b) Cada vez que se concede un deseo el pedazo de piel se reduce a $\frac{1}{6}$ de su área. Después de conceder 3 deseos, el pedazo de piel tiene un área de $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ veces el área original. Al principio, el pedazo de piel tenía un área de $4 \times 216 = 864 \text{ cm}^2$, y como se trataba de un rectángulo donde una arista medía 9 cm, la otra medía 96 cm.

8. En el país de las joyas se pueden cambiar 3 zafiros por una moneda. Un zafiro se puede cambiar por 2 flores. ¿Cuántas flores pueden cambiarse por 2 monedas?

- (a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 12 (e) 14



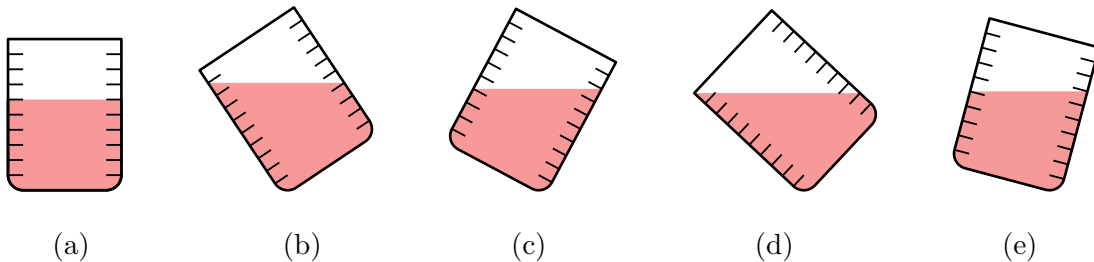
Solución. (d) Dos monedas equivalen a 6 zafiros, los cuales equivalen a 12 flores.

9. En un examen hay 12 problemas de matemáticas que se distribuyen, para su calificación, entre miembros de un jurado. Si cada problema debe revisarse por exactamente 2 miembros del jurado y cada miembro califica exactamente 3 problemas, ¿cuántos miembros hay en el jurado?

- (a) 6 (b) 8 (c) 12 (d) 18 (e) 24

Solución. (b) El que cada problema deba revisarse por 2 jueces puede pensarse como si fueran 24 problemas y cada juez revisara sólo 1; los 24 problemas deben dividirse en grupos de 3.

10. En cinco recipientes de vidrio idénticos se ha puesto líquido, como se muestra en la figura. Cuatro de ellos tienen la misma cantidad de líquido. ¿Cuál de ellos tiene distinta cantidad?



Solución. (b) Podemos observar que, en todos los casos, la vista frontal del líquido es un trapecio con altura el ancho del recipiente. Entonces la diferencia entre la cantidad de líquido está simplemente dada por la diferencia entre la suma de las longitudes de los dos lados paralelos del trapecio. En (a) la suma es $6 + 6 = 12$; en (b) la suma es $9 + 4 = 13$; en (c) es $4 + 8 = 12$; en (d) es $10 + 2 = 12$ y en (e) es $5 + 7 = 12$.

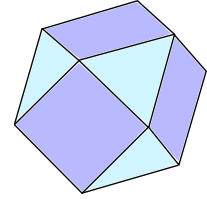
11. ¿Cuántos enteros positivos n son tales que su divisor más grande (excluyendo al mismo n) es $n - 6$?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 6

Solución. (c) Tenemos que $6 = n - (n - 6)$ y, como $n - 6$ es divisor de n y de sí mismo, tenemos que $n - 6$ es divisor de 6. Entonces las posibilidades para $n - 6$ son 1, 2, 3 y 6; de donde las posibilidades para n son 7, 8, 9 y 12. Ahora revisamos en cada una de éstas si $n - 6$ es el mayor divisor de n , lo cual sólo ocurre para 7, 9 y 12.

12. Las caras del poliedro dibujado son triángulos y cuadrados. Cada cuadrado está rodeado por 4 triángulos y cada triángulo está rodeado por 3 cuadrados. Se sabe que hay 6 cuadrados. ¿Cuántos triángulos hay?

- (a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9



Solución. (d) Como alrededor de cada uno de los 6 cuadrados hay 4 triángulos, 6×4 es el número de triángulos contando cada uno de ellos 3 veces (porque cada uno comparte lado con 3 cuadrados).