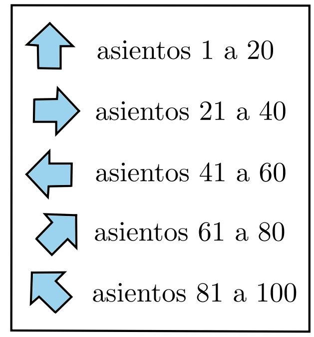
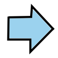
Soluciones para el Examen de Invitación a la

Olimpiada Mexicana de Matemáticas (versión B)

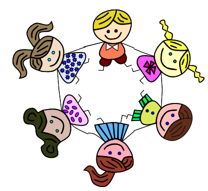
1. Germán va con su papá al circo. Sus asientos tienen los números 71 y 72. ¿Hacia dónde deben dirigirse?

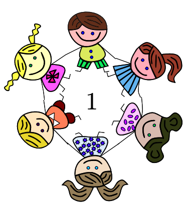


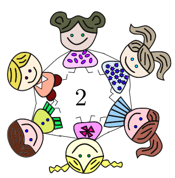
(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

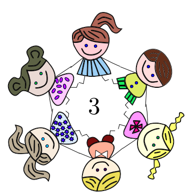
Solución. (d)

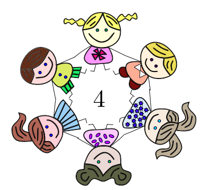
2. Seis niños se toman de las manos y bailan en círculo. Empiezan como se muestra y giran sin soltarse de las manos. ¿Cuáles de las siguientes posiciones son imposibles?

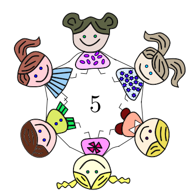










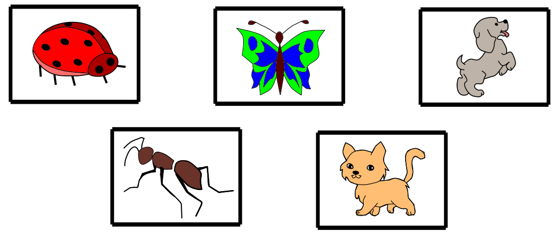


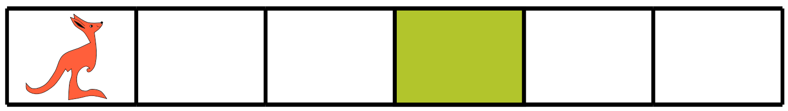
(a) 1, 2 y 4 (b) 2 (c) 2, 3 y 4 (d) 4 y 5 (e) 1, 3 y 5

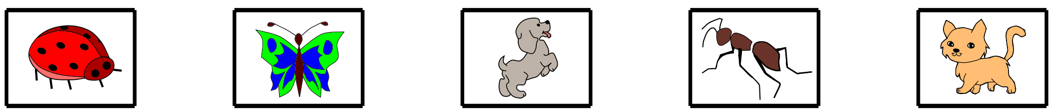
VK

Solución. (c) El niño de pelo claro tiene a su derecha a la niña con dos coletas, de manera que 2, 3 y 4 son imposibles. La posición 1 se logra girando dos pasos a la derecha; la posición 5 se logra girando dos posiciones a la izquierda (o 4 a la derecha).

3. Las tarjetas de la derecha se colocarán en la tira de abajo. La de la hormiga o la del gato debe ir junto a la del canguro. La del perro debe ir entre la del gato y la de hormiga. La de la catarina debe ir entre la del gato y la de la mariposa. ¿Cuál va en la casilla sombreada?

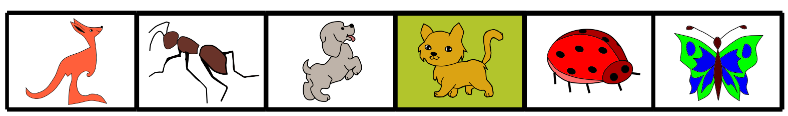




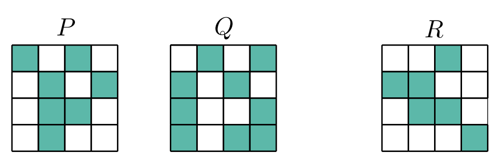


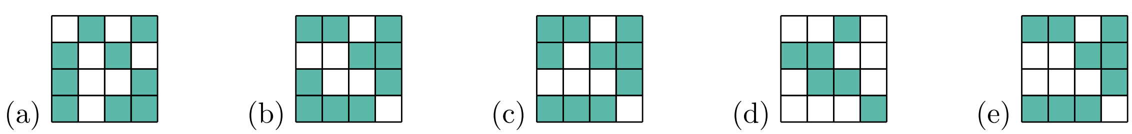
(a) (b) (c) (d) (e)

Solución. (e) Como el perro está entre el gato y la hormiga, y uno de éstos está junto al canguro, el perro va en la tercera casilla. Como la catarina va entre el gato y la mariposa, entonces es el gato el que va en la casilla sombreada. Las tarjetas quedan como se muestra en la figura:



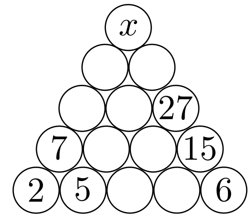
4. En la figura Q están intercambiados los cuadros sombreados y los blancos con respecto a la figura P. ¿En cuál de las figuras ocurre lo mismo con respecto a la figura R?





Solución. (b)

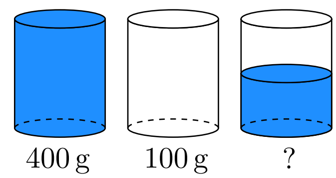
5. ¿Qué número debe escribirse en lugar de x en la figura si en cada círculo de los primeros 4 renglones los números se obtienen sumando los dos que están inmediatamente debajo de él? (Por ejemplo, el 7 se obtuvo sumando 2 y 5.)



(a) 32 (b) 50 (c) 55 (d) 72 (e) 82

Solución. (e) Debajo del 15 (y al lado del 6) debe ir 9 (pues $9+6=15$). Por otro lado, debajo del 27 (y al lado del 15) debe ir 12 (pues $12+15=27$). Entonces, al lado del 9 debe ir 3 y entre el 7 y el 12 debe ir 8. Los demás números los podemos construir sumando hacia arriba: en el tercer renglón quedan 15, 20 y 27; en el segundo renglón quedan 35 y 47 y, finalmente, en el primer renglón (en lugar de la x) queda 82.

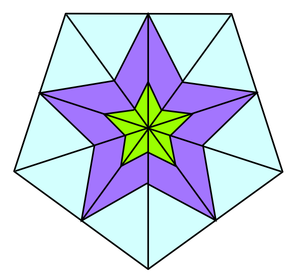
6. Un recipiente de vidrio lleno de líquido pesa 400 g. Cuando está vacío pesa 100 g. ¿Cuánto pesa cuando está lleno a la mitad?



(a) 150 g (b) 200 g (c) 225 g (d) 250 g (e) 300 g

Solución. (d) Como pesa 400 g cuando está lleno y 100 g cuando está vacío, deducimos que el líquido total pesa 300 g. Entonces la mitad del líquido pesa 150 g que, agregados al peso del recipiente nos dan 250 g.

7. En el pentágono regular de la figura se construyó la estrella más grande uniendo los puntos medios de los lados del pentágono con los puntos medios de los segmentos que van de los vértices del pentágono al centro del pentágono. La estrella más pequeña se construyó uniendo los puntos medios de los segmentos que van del centro del pentágono a los vértices de la estrella más grande. Si el área de la estrella pequeña es $1\,\mathrm{cm}^2$, ¿cuál es el área del pentágono?



(a) $4\,\mathrm{cm}^2$ (b) $5\,\mathrm{cm}^2$ (c) $6\,\mathrm{cm}^2$ (d) $8\,\mathrm{cm}^2$ (e) $10\,\mathrm{cm}^2$

Solución. (d) La estrella más grande tiene las longitudes del doble de tamaño que las de la estrella pequeña, así que su área es el cuádruple de la de la estrella pequeña. Cada triángulo determinado por el centro del pentágono y un pico de la estrella más grande tiene área la mitad que el respectivo triángulo del pentágono (pues su base, que es la línea que va del centro del pentágono al vértice del pentágono, es el doble que la base del triángulo de la estrella, y la altura es la misma). Entonces el área del pentágono es el doble que el de la estrella grande.

8. Un dragón tiene 5 cabezas; por cada cabeza que se le corta le crecen 5 más. Si se le cortan 6 cabezas, ¿cuántas cabezas tendrá al final?

(a) 29 (b) 30 (c) 32 (d) 33 (e) 35

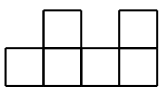
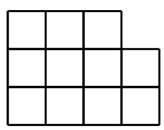
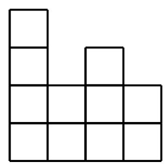
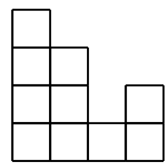
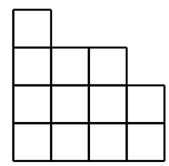
Solución. (a) Cada corte aumenta en 4 el número de cabezas, así que al final el dragón tendrá $5 + (6 \times 4) = 29$ cabezas.

9. Ana hizo una construcción con cubos sobre una cuadrícula de 4×4. En el diagrama se muestra el número de cubos que hay apilados sobre cada celda. Cuando Ana mira la construcción desde el frente, ¿qué figura ve?

atrás

4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

frente

(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Solución. (e) Basta elegir el mayor número de cada columna del mapa para saber cuál torre determina la altura que se ve desde el frente.

10. Sólo uno de los relojes de la figura tiene la hora correcta; uno de ellos está adelantado 20 minutos, otro está atrasado 20 minutos y el otro está parado desde ayer. ¿Qué hora es?

$\boxed{4:45}$ $\boxed{5:05}$ $\boxed{5:25}$ $\boxed{5:40}$

(a) 4:45 (b) 5:05 (c) 5:25 (d) 5:40 (e) no se puede determinar

Solución. (b) El segundo reloj marca las 5:05, o sea, 20 minutos más que el primero y 20 menos que el tercero. El cuarto reloj no tiene diferencia de 20 minutos con ningún otro.

11. ¿Cuál es el mayor entero menor o igual que $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 20 (e) 25

Solución. (a) Sabemos que $4 < \sqrt{20} < 5$, así que $24 < 20 + \sqrt{20} < 25$, de donde $4 < \sqrt{24} < \sqrt{20 + \sqrt{20}} < \sqrt{25} = 5$, es decir, $4 < \sqrt{20 + \sqrt{20}} < 5$ Repitiendo esto obtenemos que el mayor entero menor o igual que la expresión dada es 4.

12. María y Luisa compitieron resolviendo una lista de 100 problemas. Algunos problemas no fueron resueltos por ninguna pero otros los resolvieron las dos. Por cada problema resuelto, la primera en resolverlo obtuvo 4 puntos y, en caso que lo hubieran resuelto las dos, la segunda obtuvo sólo 1 punto. Si cada una de ellas resolvió 60 problemas de la lista y entre las dos lograron 312 puntos, ¿cuántos problemas resolvieron en común?

(a) 57 (b) 56 (c) 55 (d) 54 (e) 53

Solución. (b) Llamémosle k a la cantidad de problemas que resolvieron en común. Por cada problema que resuelven en común se suman 5 puntos a la cuenta total, así es que el total de puntos resulta de calcular $5k + 4(60 - k) + 4(60 - k) = 480 - 3k$. Luego, como $480 - 3k = 312$, tenemos $k = 56$.