Soluciones del Examen Canguro Matemático 2002
Nivel Cadete

Solución 1. El resultado no puede ser mayor a $1+2+3+4+5=15$. Excepto 17 todas las otras opciones son posibles: $1=+1+2-3-4+5$, $3=+1-2+3-4+5$, $7=-1+2-3+4+5$ y $13=-1+2+3+4+5$. La respuesta es (e).

Solución 2. El lado TC mide $10-3=7$ cm. Como $AD=MT=BC=10$ cm, basta observar que la diferencia entre el perímetro de $MBTC$ y el de $AMTD$ es $2(MB-AM)=2\cdot 4=8$ cm. La respuesta es (b).

Solución 3. Sea a la cantidad de niños que llegaron antes que Raúl. Tenemos que $2a+a+1=28$, de donde $a=9$. La respuesta es (e).

Solución 4. Cada lado del cuadrado I mide $\frac{16}{4}=4$ cm, y cada lado del cuadrado II mide $\frac{24}{4}=6$ cm. Así, cada lado del cuadrado III mide $4+6=10$ cm, y cada lado del cuadrado IV mide $10+6=16$ cm. El perímetro del cuadrado IV es $16\times 4=64$ cm. La respuesta es (c).

Solución 5. Del 1 al 100 hay 33 múltiplos de 3 y 10 números que terminan en 3. Los números 3, 33, 63 y 93 están en ambas categorías, así que hay $33+10-4$ números. La respuesta es (d).

Solución 6. Como $\frac{17}{3}>5$, Octavio tiene que haber comido 6 o más galletas. Si Octavio hubiera comido 6 galletas nada más, quedarían 11 galletas para los otros dos niños, y entonces alguno de ellos habría comido 6 galletas también. Por lo anterior, Octavio tuvo que comerse al menos 7 galletas. La respuesta es (c).

Solución 7. Observemos que siempre que se corta una pieza añadimos 2 piezas más a la cuenta. De esta manera, en el $n-$ésimo minuto el número de piezas será $1+2n$. Es suficiente entonces encontrar una n tal que $1+2n\geq 317$. La respuesta es (e).

Solución 8. Sabemos que tres caras del cubo quedaron intactas. Juntas, las dos áreas sombreadas en la figura A tienen la misma área que otra cara del cubo. De la misma manera podemos agrupar y sumar las áreas restantes como se muestra en B y en C para obtener superficies iguales a las caras del cubo original. Tenemos entonces que la superficie de la pieza es igual a la del cubo. Si llamamos a a una arista del cubo, tenemos que $a^3=8=2^3$, así que $a=2$ m y la superficie del cubo es $6\times 2^2=24\text{m}^2$. La respuesta es (b).

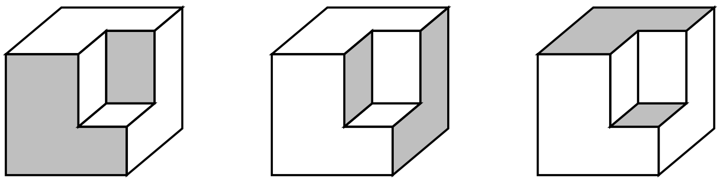

Fig. A Fig. B Fig. C

Solución 9. Como todos los cuadrados pesan igual, si quitamos un cuadrado de cada platillo no alteraremos el orden de los pesos. La posición de A y B nos indica que un triángulo pesa menos que un círculo, así que D pesa menos que B pero más que A. La respuesta es (a).

Solución 10. Sean r y R los radios de $\mathcal{P}$ y $\mathcal{Q}$, respectivamente. Como el área del rectángulo es $(2R+2r)R=15$, tenemos que el área de PQT es $\frac{(R+r)R}{2}=\frac{15}{4}$. La respuesta es (b).

Solución 11. Como cada paquete se pesó con otros 3, al hacer la suma de todos los pesos ($5+6+8+9+11+12=51$) sumamos tres veces el peso de cada paquete, así que el peso de los cuatro paquetes es $\frac{51}{3}=17$. La respuesta es (b).

Solución 12. Entre dos domingos pares hay 14 días. Como entre el primer y el último domingo par hubo 28 días, el primer domingo debió ser un número par estrictamente menor a 4 (pues $28+4=32$), así que fue día 2. Tenemos entonces que el día $2+14=16$ fue domingo, así que el día 20 fue jueves. La respuesta es (d).

Solución 13. Cada minuto, la distancia entre Aquiles y la tortuga se reduce 99m. Por lo tanto se necesitan $\frac{990}{99}=10$ min. La respuesta es (c).

Solución 14. Primero observemos que 2002 tiene residuo 2 al dividirlo entre 4, así que el número que obtenemos después de 2002 pasos es el mismo que obtenemos después de 2 pasos. Por lo anterior, terminaremos en un cuadrado con un 1 o un 3. Otra manera de resolver el problema es notar que los cuadrados que están a distancia 2002 desde la esquina superior izquierda están en una diagonal a 45^o que tiene solamente 1's y 3's. La respuesta es (b).

Solución 15. Trazando algunas líneas sobre el cuadrado desdoblado, como se muestra en la figura A, podemos ver que $\angle QAP=90^o$ y $\angle APQ=45^o$ (pues $AP=AQ$ ya que el doblez es simétrico). Como el triángulo PBC se dobla sobre la línea CP, tenemos que $\angle BPC=\angle CPO$, y entonces tenemos que $\angle BPC=\frac{180^o-45^o}{2}=67.5^o$. En la figura B se muestra el pentágono una vez que se han hecho todos los dobleces. Como la suma de los ángulos internos de un pentágono es 540^o, tenemos que $540^o=\angle QAP+2\angle APL+2\angle PLM=90^o+2(45^o+67.5^o)+2\angle PLM=315^o+2\angle\alpha$, de donde $\angle\alpha=\frac{225}{2}=112.5^o$ La respuesta es (d).

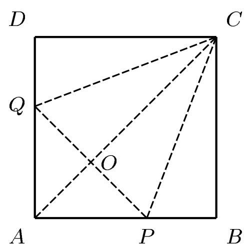

Fig. A

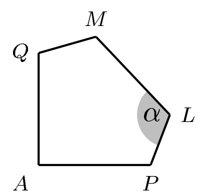

Fig. B