Canguro Matemático Mexicano 2006
Nivel Cadete
Soluciones

1. **(a)** El área sombreada de la bandera es

$$\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$$

2. **(d)** Si dividimos el pentágono en 10 triángulos iguales uniendo el centro con los vértices y con los puntos medios de los lados observamos que el área sombreada es de $\frac{3}{10}$.

3. **(a)** Para obtener el número más pequeño debemos elegir cada vez la tarjeta que empieza con el dígito menor; así, el orden debe ser 2, 309, 41, 5, 68 y 7.

4. **(e)** La mayor área que podemos obtener es la del cuadrado más pequeño que contiene a la figura original (observemos que el perímetro es el mismo). Para completar ese cuadrado hace falta sombrear 16 cuadritos.

5. **(c)** La distancia entre los relojes crece a razón de 1.5 minutos por hora. Para llegar a 60 minutos, tienen que pasar 40 horas.

6. **(b)** Como 2000 estudiantes participaron en alguna de las olimpiadas podemos calcular los que participaron en ambas de la siguiente manera: $1500 + 1200 - 2000 = 700$.

7. **(d)** Llamemos x a la longitud del cuadrado más pequeño. Notemos que la suma de los tres segmentos sobre el lado inferior del rectángulo es igual a la suma de los segmentos del lado superior, es decir $x + x + (x + 1) = (x + 1) + (x + 2)$, de donde $x = 7$.

8. **(d)** Sea n la cantidad de miembros de la familia Quintos. Tenemos que $38 + 14(n - 1) = 18n$, de donde $n = 6$.

9. **(b)** El múltiplo de 7 más cercano a 1000 es 994 (se necesitan 142 saltos). Los 6 metros restantes se tendrían que cubrir con un salto de 4 y uno de 2. El total de saltos es 144.

10. **(a)** Tenemos que $\frac{e}{a} = \frac{bcde}{abcd} = \frac{3\cdot 5}{2\cdot 4} = \frac{15}{8}$.

11. **(e)** El radio de los círculos pequeños es la mitad del radio del círculo grande, así que su área es la cuarta parte del grande y tenemos:

$$R + 2G = \frac{1}{4}(4R + 4G + 4B) = R + G + B,$$

de donde $B = G = 400$.

12. **(b)** Observemos que cada pico de la estrella es un triángulo equilátero. Entonces tres lados consecutivos del hexágono miden lo mismo que un lado de los triángulos equiláteros originales y entonces el perímetro del hexágono es $\frac{2}{3}$ el perímetro de uno de los triángulos, es decir, 12cm.

13. **(c)** Al sumar 10 números consecutivos distintos, cada uno termina en un dígito distinto, así que la suma de todos termina en lo que termina $0 + 1 + 2 + \cdots + 9 = 45$, o sea, en 5. Como la suma dio 2006, entonces el número que se eliminó termina en 9; la única posibilidad es 219 (y los números son: $218, 219, \cdots, 227$).

14. **(e)** En cada cuadrito se han marcado la cantidad de caminos distintos que pasan por él.

1	1	1	1	1
1	2	3	4	1
1	1	1	4	5
1	1	2	2	7
1	1	3	5	12

15. **(a)** Cada ángulo interno del pentágono mide 108°, por lo tanto, cada dos reflexiones sucesivas, el pentágono habrá rotado 216°. Así, el pentágono regresará a su posición original cuando se haya rotado una cantidad de grados múltiplo de 360. Como $m.c.m.(108, 360) = 1080$, hacen falta 5 rotaciones para regresar a la posición original, lo que equivale a 10 reflexiones.