Examen Canguro Matemático 2007
Nivel Olímpico

Soluciones

1	3	2
2	1	3
3	2	1

1. **(a)** La única forma de completar la cuadrícula es la que se muestra:
2. **(e)** Si volvemos a armar el cubo, veremos que hay exactamente un cubo con dos caras azules en cada arista del cubo original.
3. **(d)** Sandra se quedó con $^2/_3 - {}^1/_4 \times {}^2/_3 = {}^1/_2$ de pastel.
4. **(e)** Al final del intercambio todos tenían 10 canicas, como Francisco se quedó con 3 canicas menos originalmente tenía 13.
5. **(e)** Las letras se repiten cada 7; como al dividir 2007 entre 7 obtenemos de residuo 5 la letra será igual a la 5^a letra de la palabra CANGURO.
6. **(d)** En la figura, el área del triángulo AEB es igual al área de BCF; análogamente el área de AED es igual al área de DCH.
7. **(d)** Después del disparo quedan 42 pájaros en los árboles. Si llamamos x a la cantidad del primer árbol, tenemos que $x + 2x + 4x = 42$, de donde $x=6$.
8. **(c)** La suma de los perímetros de todos los cuadrados es igual a 4 veces la suma de todos los segmentos que están sobre ***AB***, es decir, 4 x 24 = 96.
9. **(d)** Si se usan n líneas verticales y m horizontales se obtienen $(n-1)(m-1)$ celdas. Suponiendo que $n \geq m$ es fácil comprobar que la mayor cantidad de celdas se alcanza cuando $n=8$ y $m=7$.
10. **(c)** El resultado de Óscar debió ser 78 o 79, el resultado de Liz debió ser 74, 73 o 72; como el resultado de Jorge debe ser múltiplo de 5 o 6 la única posibilidad es 72; así, Jorge pensó en $^{72}/_6=12$.
11. **(e)** Las opciones son 112007, 121007, 120107, 120017, 120071, 211007, 210107, 210017, 210071, 201107, 201017, 201071, 200117, 200171 y 200711.
12. **(d)** Llamemos x al recorrido en terreno plano y y al recorrido en terreno inclinado. Sabemos que $2 = \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{y}{6} + \frac{x}{4} = \frac{3x + 4y + 2y + 3x}{12} = \frac{6x + 6y}{12} = \frac{x + y}{2}$, de donde se obtiene que la mitad del recorrido es $x + y = 4$.
13. **(d)** Llamemos g a la suma de los números que tachó Gaby y x al número que estamos buscando. Tenemos que $g + 3g + x = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$, de donde $45-x$ debe ser un múltiplo de 4; así, las únicas opciones que tenemos para x son 9, 5 y 1. Intentando encontrar en cada caso los números que seleccionó Gaby, es fácil ver que la única opción posible es $x=5$.
14. **(d)** El triángulo ***DCB*** es isósceles y el ángulo ***DCB*** mide $80^o + 60^o = 140^o$; como la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180^o tenemos que el ángulo ***DBC*** debe medir 20^o, de donde podemos obtener que el ángulo $ABD = 60^o - 20^o = 40^o$.
15. **(c)** No puede haber cuatro o cinco múltiplos de tres porque forzosamente quedarían dos consecutivas. Si hubiera tres múltiplos de tres, forzosamente dos de ellos quedarían en una tercia de consecutivos. Si hubiera un solo múltiplo de tres o no hubiera ninguno hay tres enteros consecutivos donde, o la suma de los tres es múltiplo de 3, o la suma de dos consecutivos es múltiplo de 3.