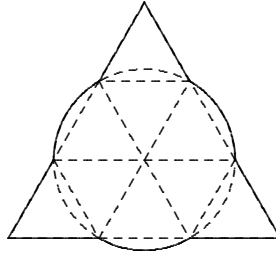


Soluciones del Examen Canguro Matemático Mexicano 2009, Nivel Cadete.

1. **(e)** Puede pagar todos los precios del 1 al 15 pues corresponde a la expansión binaria. En efecto, obviamente puede pagar 1, 2, 4 y 8, y $3 = 1 + 2$, $5 = 1 + 4$, $6 = 2 + 4$, $7 = 1 + 2 + 4$ y, al sumar 8 a cada uno de los números ya obtenidos obtenemos los números del 9 al 15.

2. **(b)** Partamos el triángulo en triángulos equiláteros de lado 1 como indica la figura. Entonces todos los ángulos miden 60° , así que el perímetro es $6 + \pi$ cm.



3. **(a)** Como 21 es impar y 30 es par por lo menos hay una mujer. Tenemos $30 = 21 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2$ así que son 5 personas y los zapatos se pudieron haber agrupado como sigue: (21, 22), (22, 24), (24, 26), (26, 28) y (28, 30).

4. **(c)** Como hay 5 veces más rojas que azules, y las azules son $\frac{1}{8}$ del total, las rojas son $\frac{5}{8}$ del total. Entonces las 6 canicas verdes corresponden a $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ del total. Tengo 24 canicas.

5. **(d)** Es posible poner 9 de los números como sigue: 10, 5, 1, 8, 4, 2, 6, 3, 9. Falta sólo 7 pero éste sólo podría ponerse junto a 1 y esto disminuiría la cantidad de números en la lista.

6. **(d)** Abajo de los cuadros con C y D deben ir A y B , pero como en el tercer renglón y tercera columna hay B los colores del tercer renglón deben ser, en orden, B, A, B . Entonces en el 2º renglón arriba de B debe ir C (si no, sería A pero compartiría un vértice con la A que está en el tercer renglón). Así sucesivamente los tres primeros renglones quedan determinados y el 4º renglón se forma alternando C y D (en cualquier orden) y el 5º renglón se forma alternando B y A (en ese orden). Las dos posibilidades se muestran en la figura (y también en el quinto renglón pueden intercambiarse A y B).

A	B	A	B	A
C	D	C	D	C
B	A	B	A	B
C	D	C	D	C
B	A	B	A	B

A	B	A	B	A
C	D	C	D	C
B	A	B	A	B
D	C	D	C	D
B	A	B	A	B

7. (e) Observemos que $y = (2^3)^8 = 2^{24}$. También tenemos que $z = 3^{12} < 4^{12} = (2^2)^{12} = 2^{24}$.

8. (b) Lo mínimo se logra al poner 1 en el cuadro superior izquierdo y multiplicar por 2 hacia la derecha y por 3 hacia abajo como se muestra en el esquema.

1	2	4	8
3	6	12	24
9	18	36	72

9. (a) Planteamos la siguiente ecuación, donde x es el número de segmentitos que debemos movernos a partir de la posición de $\frac{1}{5}$ para llegar a $\frac{1}{4}$:

$$\frac{1}{5} + \frac{x}{16} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{4}.$$

Multiplicamos por $16 \cdot 5$ para obtener

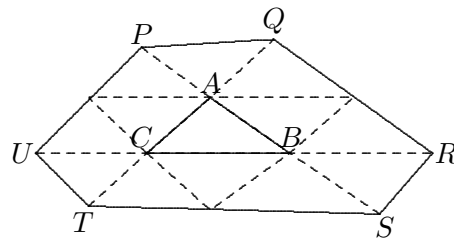
$$16 + 5x \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = 20,$$

de donde

$$x \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{4}{5}.$$

Ahora multiplicamos por 15 y obtenemos $(5 - 3)x = 12$, y entonces $x = 6$.

10. (d) Al trazar paralelas a los lados del triángulo ABC por los vértices opuestos como se muestra en la figura, el hexágono queda dividido en 13 triángulos iguales.



11. (c) Dos caras comparten la arista que tiene los vértices numerados con 1 y 5, así que los dos otros vértices de esas caras deben tener el mismo número, digamos a . Ahora nos fijamos en el vértice inferior de la figura; éste forma parte de tres triángulos, y los otros extremos de éstos son a y 5 o a y a , de donde tenemos que $a = 5$ y entonces el vértice inferior tiene el mismo número que el superior (es decir, 1). La suma de todos es $1 + 5 + 5 + 5 + 1 = 17$.

12. **(b)** Supongamos que tomamos z litros del primer recipiente. Entonces estamos tomando $1 - z$ litros del segundo y la cantidad de jugo de naranja que queda en el tercer recipiente es $.6z + .8(1 - z)$ litros. Esto debe ser el doble de la cantidad de agua así que tenemos la ecuación $.6z + .8(1 - z) = 2(.4z)$, de donde $6z + 8 - 8z = 8z$ y de aquí que $z = .8$. La cantidad de limón es $(1 - .8)(.2) = .04$.

13. **(c)** La primera persona no pudo haber dicho la verdad pues eso querría decir que todas las demás son mentirosas pero al decir también que las otras son mentirosas habrían dicho la verdad. Entonces la primera persona dijo mentira, de lo cual se deduce que la segunda persona dijo verdad, la tercera mentira y así sucesivamente.

14. **(d)** Hay 9 calcetines en total, así que 3 tienen hoyo. Lo peor que podría pasar es que sacara 2 calcetines de cada color y que uno de cada color tuviera hoyo. Al sacar 7 calcetines, esto ya no es posible.

15. **(e)** Se puede asegurar que al menos $85 - (100 - 90) = 75$ resolvieron los primeros dos problemas; que $80 - (100 - 75) = 55$ resolvieron los tres primeros problemas y que $70 - (100 - 55) = 25$ resolvieron los cuatro problemas.