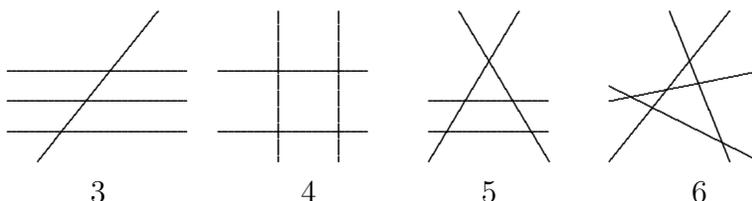


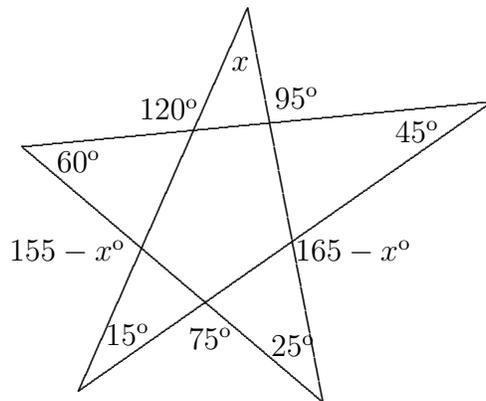
**Canguro Matemático Mexicano 2007**  
**Soluciones del Examen Nivel Estudiante**

1. **(a)** El triángulo  $ABC$  tiene la misma altura en  $B$  que el triángulo  $ABO$  pero su base es el doble.
2. **(e)** En los dibujos siguientes se muestran las posibilidades 3, 4, 5 y 6. No es posible 7 pues el máximo número de intersecciones se logra cuando todas las rectas se intersectan entre sí y esto produce 6 intersecciones.



3. **(c)** Al seguir el camino se ve que la perla llega a la esquina  $C$ .
4. **(c)** Los pares  $p = 2, 4, 6$  deben estar intercalados con los impares  $i = 1, 3, 5$ , así que la lista debe ser  $pipipi$  o  $ipipip$ . Las formas de ordenar los pares entre sí son 6 y lo mismo con los ipares, así que el número de posibilidades es  $2 \times 6 \times 6 = 72$ .
5. **(b)** Es fácil convencerse que con 3 cuadrados basta, tomando como eje de simetría el que va a 45 grados.
6. **(e)** En un triángulo rectángulo con ángulos  $1^\circ$  y  $89^\circ$  el seno es el cateto opuesto entre la hipotenusa; pero el cateto opuesto al ángulo de  $1^\circ$  es el mismo que el adyacente a  $89^\circ$ , así que ese cociente es el coseno de  $89^\circ$ .
7. **(a)** La respuesta es  $W$  y  $Y$ .
8. **(b)** Sea  $x$  el número de respuestas que le faltaba contestar. Entonces  $10 + x = .8(10 + 5 + x)$ . Resolviendo tenemos que  $x = 10$ .
9. **(e)** Nunca se detiene porque va de  $A2$  a  $B2$ , a  $A1$  y después continúa por la orilla del cuadrado indefinidamente.
10. **(b)**  $2^{x+1} + 2^x = 2^x(2+1) = 2^x \cdot 3$ . Por otro lado,  $3^{y+2} - 3^y = 3^y(3^2 - 1) = 3^y(8) = 3^y 2^3$ . Comparando coeficientes tenemos que  $x = 3$  (y  $y = 1$ ).

11. **(e)** La probabilidad es 1 porque es seguro que se formará el rectángulo: Por ser 8 puntos los escogidos, si en alguna de las columnas se escogen los tres puntos, en alguna otra deben escogerse dos y eso es suficiente para formar el rectángulo; si en todas las columnas se escogen dos puntos, las posibilidades relativas de los acomodos son tres, así que un acomodo debe estar repetido y así se forma el rectángulo.
12. **(d)** Como  $10A$  es un cuadrado,  $A = 10x^2$ , para algún entero  $x$ ; como  $4A$  es cubo, entonces  $A = 2y^3$ ; comparando tenemos que  $5x^2 = y^3$  y el menor entero debe ser cuando  $x = 5$ . Entonces  $A = 250$  que tiene 8 divisores: 1, 2, 5, 10, 25, 50, 125 y 250.
13. **(d)**  $\sqrt{x}$  debe ser entero. Sea  $a$  cualquiera de los números; entonces  $a = \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)$ , el producto de dos enteros consecutivos.  $870 = 29 \cdot 30$ ,  $110 = 10 \cdot 11$ ,  $90 = 9 \cdot 10$ ,  $30 = 5 \cdot 6$ ; sin embargo 60 no es el producto de dos enteros consecutivos, como puede comprobarse fácilmente.
14. **(c)** Se pueden distribuir en forma cíclica los 5, lo cual puede hacerse de  $4! = 24$  (por ejemplo:  $A$  regala a  $B$ , éste a  $C$ , éste a  $D$  el cual le regala a  $E$  y éste a  $A$ ) o en un ciclo de tamaño 3 y otro de tamaño 3, lo cual puede hacerse de  $\binom{5}{3}2! = 20$  formas.
15. **(e)** Los ángulos en el pentágono interno se pueden calcular con los triángulos que se forman (por ejemplo el de  $75$  se obtiene como  $180^\circ - 60^\circ - 45^\circ$ ). (En el dibujo se pusieron por fuera para no encimar.)



Sabemos que la suma de los ángulos de un pentágono es  $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$ . Entonces el resultado lo obtenemos al despejar  $x$  de

$$(165^\circ - x) + 75^\circ + (155^\circ - x) + 95^\circ + 120^\circ = 540^\circ.$$