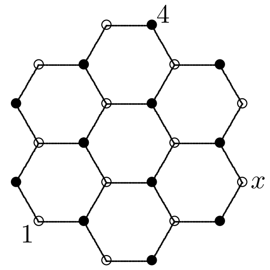
Soluciones del Nivel Estudiante del
Examen Canguro Matemático Mexicano, 2011

1. **(e)**

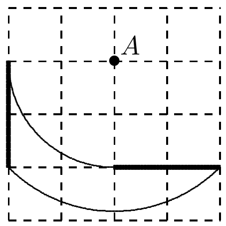
2. **(a)** Debe haber contestado 7 bien y 3 mal.

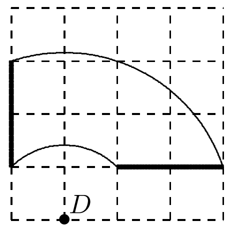


3. **(a)** Cuando dos segmentos tienen un punto en común, los otros extremos deben tener el mismo valor; así podemos observar que todos los puntos marcados con $\circ$ deben llevar el número 1 y los demás deben llevar el número 4.

4. **(e)** En $15^y = 32$ sustituimos 15 por 2^x para obtener $2^{xy} = 32 = 2^5$.

5. **(c)**





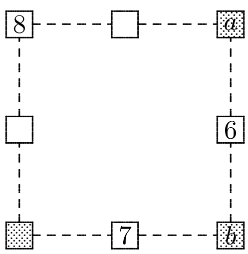
6. **(a)** Cada partido elimina un equipo. Al final queda un solo equipo (el ganador), asÃŋ que en total, al principio había 101 equipos.

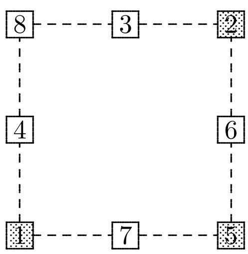
7. **(d)** Al momento de realizar el doblez, el lado x queda sobrepuesto sobre el segmento marcado en la figura con longitud 13 y la base inferior del rectángulo, que mide $11 + 13 = 24$, así que su longitud es $13 + 24 = 37$.

8. **(d)** Como la altura del rectángulo es de 28 cm, la altura de los triángulos es de 14 cm. Entonces, horizontalmente también abarcan 28 cm del total de 30 cm que tiene de base el rectángulo, así que la base de los triángulos mide 2 cm. El área es $2 \cdot 2 \cdot 14 = 56$.

9. **(b)** Es claro que Morelia recibió el gol en el partido que perdió, así que en ese no anotó ninguno. En el partido que empató no recibió ningún gol, así que tampoco anotó ninguno en ése. De esta forma el marcador del partido que ganó es $3 : 0$.

10. **(b)** *Primera forma.* Llamemos a y b a dos de los números que van junto al 6, como se indica en la figura. Entonces el número entre 8 y a es $b-2$, el número a la izquierda del 7 es $a-1$, y arriba de él va $b-1$. Como los números a, b, $a-1$, $b-1$ y $b-2$ son los números del 1 al 5, tenemos que alguno de a o b es igual a 5; pero, por otro lado, $b \geq 3$ (pues $b - 2 \geq 1$) y $a + b = 7$ (pues $a + 6 + b = 13$), así que la única posibilidad es $b = 5$ y $a = 2$; con estos valores completamos el dibujo como se muestra a la derecha.

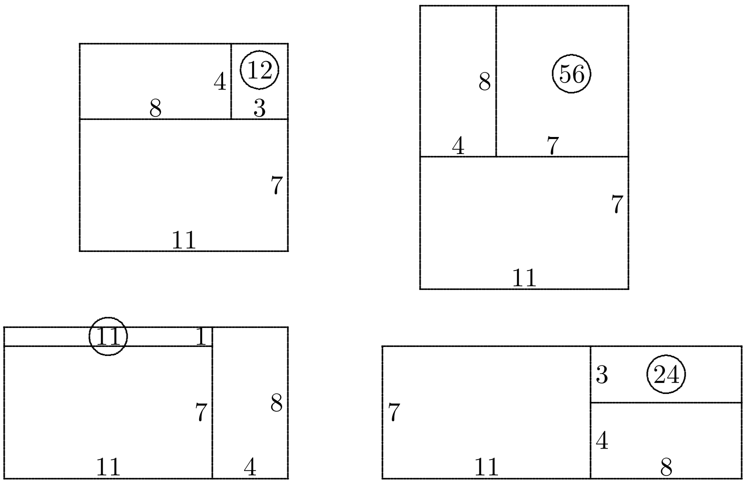




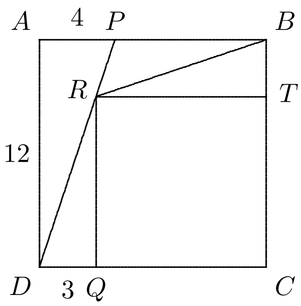
Segunda forma. En los dos lados que contienen al 8 los números deben sumar 5, así que deben ser 2 y 3 en uno de los lados, y 1 y 4 en el otro. El 3 y el 4 no pueden estar en el mismo lado que el 6 o el 7 porque el 1 y el 2 ya no pueden usarse en la esquina de abajo a la derecha. Es claro entonces que el 2 va arriba del 6 y el 1 va a la izquierda del 7. Los cuadritos se completan como indica la figura:

11. **(c)** La probabilidad de que salga un 6 al lanzar un dado es $\frac{1}{6}$ y de que no salga es $\frac{5}{6}$. Al lanzar n dados, la probabilidad de que no salga ningún 6 es $\left(\frac{5}{6}\right)^n$ y de que salga exactamente un 6 es $n\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$ (el n inicial es porque hay que ver en cuál de los lanzamientos es en el que sale el 6). Para que los dos números sean iguales, $n = 5$.

12. **(d)** Fijemos el rectángulo de 11×7 y analicemos las 4 distintas posibilidades de si el lado de longitud 4 o el lado de longitud 8 va junto al del lado de longitud 11 o al de 7.



13. **(e)** *Primera forma.* Los números deben terminar en 1 o en 9 para que su cuadrado termine en 1. Si $x = 10b + 1$, entonces $x^2 = 100b^2 + 20b + 1$, así que $20b$ debe terminar en 80, o sea que $2b$ debe terminar en 8; esto se logra con $b = 4$ y con $b = 9$. Si $x = 10b + 9$, entonces $x^2 = 100b^2 + 180b + 81$, así que $180b$ debe terminar en 00; o sea que $8b$ debe terminar en 0; esto se logra con $b = 0$ y con $b = 5$. Los números son 9, 41, 59 y 91, y su suma es 200.
Segunda forma. Tenemos que $x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$ y queremos que esto sea múltiplo de $100 = 4 \cdot 25$; observamos que $x - 9$ y $x + 9$ tienen la misma paridad, así que ambos deben ser pares; por otro lado, no es posible que ambos sean múltiplos de 5 puesto que su diferencia es 18; entonces ambos deben ser pares y uno debe ser múltiplo de 25 y, por lo tanto, de 50. Como $x \leq 100$, las únicas posibilidades son $x - 9 = 0$ (es decir, $x = 9$), $x - 9 = 50$ (o sea, $x = 59$), $x + 9 = 50$ (esto es, $x = 41$) y $x + 9 = 100$ (de donde $x = 91$).



14. **(b)** Sea T sobre BC de manera que $RT \perp BC$. Los triángulos PDA y DRQ son semejantes, así que $\frac{12}{4} = \frac{DA}{PA} = \frac{RQ}{DQ} = \frac{RQ}{3}$, de donde $RQ = 9$. Entonces $BT = 12 - 9 = 3$ y, como $RT = 12 - 3 = 9$, por Pitágoras $RB = \sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

15. **(d)** Llamemos a a la cantidad de tiros que acertaron a 8 puntos (o a 10) y b a los que acertaron a 5 puntos. Tenemos que $(10 + 8)a + 5b = 18a + 5b = 99$. Como 99 y 18 son múltiplos de 9, también lo debe ser b; por otro lado, también observamos que b debe ser impar ya que $5b$ sumado con un par ($18a$) es impar (99). Es claro entonces que b debe ser 9 y entonces $a = 3$. Entonces el número total de tiros que acertaron en el blanco es $3 + 3 + 9 = 15$. Como esos 15 tiros fueron el 75% del total, tenemos que Aída hizo 20 disparos.