Soluciones del Examen Canguro Matemático 2012
Nivel Estudiante

1. **(a)** Si cada uno de los dígitos fuera mayor que cero, la suma sería mayor o igual a 9. Como la suma es 8, alguno de los dígitos del número debe ser 0 y el producto de todos ellos debe ser 0, también.

2. **(c)** El producto del segundo y el tercer número es $\frac{30}{2} = 15$, así que el cuarto número debe ser igual a $\frac{90}{15} = 6$. De esta forma, el número de en medio debe ser $\frac{360}{6 \cdot 12} = 5$.

3. **(d)** Como la suma total es 28, la suma de cada conjunto debe ser 14. En uno de los conjuntos está el 7 y debe estar acompañado con 1 y 6, con 2 y 5, con 3 y 4 o con 1, 2 y 4.

4. **(e)** Trazando las dos diagonales del cuadrado grande y las diagonales "verticales" de los cuadrados pequeños, podemos dividir la figura en 9 triángulos iguales al central. Observando que el lado del cuadrado grande mide $8\,\mathrm{m}$ y que éste está formado por 4 triángulos, tenemos que el área que buscamos es $\frac{9}{4}(8 \cdot 8) = 144\,\mathrm{m}^2$.

5. **(b)** Cada 12 términos la sucesión vuelve a repetirse. Como la suma es igual a 0, la suma de todos los elementos de la sucesión es igual a la suma de los primeros 4.

6. **(c)** Si h es la altura de la mesa, t la de Tere y m la de Miguel, tenemos que $(h+t)+(h+m) = t+m+180$, así que $h = 90\,\mathrm{cm}$.

7. **(c)** Por simetría, $AM = AN$ y $D'M = BN$. Como $AN = NC$ y $D'M = MD$, tenemos que los trapecios $AMNB$ y $NCDM$ son congruentes, así que el área sombreada es $\frac{64}{2}$ cm^2.

8. **(e)** El promedio del grupo es igual $\frac{3.6H+4.2M}{H+M} = \frac{3.6(H+M)+.6M}{H+M} = 3.6 + \frac{.6M}{H+M}$, de donde $\frac{.6M}{H+M} = .4$; despejando la ecuación anterior obtenemos $.2M = .4H$, así que hay el doble de niñas que de niños en el grupo.

9. **(b)** El punto de tangencia del semicírculo con el triángulo divide a ese lado en un segmento que mide 5 y otro que mide 8. Por Pitágoras, $r^2 = (12-r)^2 - 8^2$, de donde $r = \frac{10}{3}$.

10. **(d)** Una vez que determinemos la posición donde escribiremos el 3, tendremos dos de los sumandos de la ecuación que serán múltiplos de 3. Supongamos que $a = 3$, en ese caso $bc + cd = (b+c)d$ debe ser un múltiplo de 3, eligiendo b, c y d de $\{1, 2, 4\}$. Si $d = 4$ es posible escribir los otros dos números en cualquier orden y la ecuación se cumple; esta misma situación tenemos cuando $d = 1$. Si $d = 2$, no hay forma de completar el número para cumplir con la ecuación. Así, para cada posición posible del 3 hay 4 combinaciones de los números restantes que funcionan. En total, hay $4 \cdot 4 = 16$ números posibles.

11. **(a)** Cada hora, la manecilla recorre $\frac{\pi}{6}$. Llamemos A al punto que indica a las 12, B al que indica a la 1, C al que indica a las 2 y O al centro de las manecillas. En el triángulo OAB, $tan(\frac{\pi}{6}) = \frac{AB}{6}$, así que $AB = 2\sqrt{3}$. En el triángulo OAC, $tan(\frac{2\pi}{6}) = \frac{AC}{6}$, así que $AC = 6\sqrt{3}$. De esta forma, $AC = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$.

12. **(e)** Si al principio del libro acomodamos todos los cuentos con extensión par, esos 15 cuentos cumplirían con la condición. Si enseguida acomodamos todos los cuentos con extensión impar, tendríamos 8 cuentos más que cumplen con la condición, dando un total de 23. Tratemos de encontrar un acomodo mejor. Observemos que si un cuento comienza en una página impar y su extensión es impar, entonces el siguiente cuento empieza con una página par (y no cumple). Así, si m es la cantidad de cuentos con extensión impar que cumplen, hay al menos $m-1$ cuentos que no cumplen con la condición (suponiendo que el último sea uno de los de extensión impar que sí cumplen). Para que el acomodo sea mejor al que dimos necesitamos que $m \geq 8$ (si no, $30-(m-1) > 23$), pero entonces la cantidad máxima de cuentos que pueden cumplir es 15+8=23. Así, no podemos encontrar un acomodo con más de 23 cuentos que cumplan la condición.