Soluciones del Examen Canguro Matemático 2014
Nivel Estudiante

1. **(c)** Se quitaron $2+5+2+5+2=16$ columnas, cada una de altura 4.

2. **(d)** Como el número total de vagones es $7+6+1+4+2=20$ y son 5 ciudades, al final cada ciudad debe tener 4 vagones. Sólo una de las ciudades tiene 4 vagones, así que al menos el tren debe visitar las otras 3 ciudades y por lo menos necesita 3 vías. Con 3 es suficiente si se va con 3 vagones a la ciudad que tiene 6 vagones; en ese momento habrá 9 ahí, se lleva 5 vagones a ciudad que tiene 2, logrando 7 vagones en la ciudad visitada en ese momento; finalmente lleva 3 vagones a la que tiene 1.

3. **(c)** Llamemos r al radio de los cilindros pequeños, R al radio del grande y h a la altura de los cilindros. El área del papel es $2\pi rh+2\pi rh=2\pi Rh$, así que $R=2r$ y $V=\pi R^2h=\pi(2r)^2h=4\pi r^2h=4v$.

4. **(e)** *Primera forma.* Numeremos las casillas en el sentido de las manecillas del reloj de manera que la casilla donde está la flecha tenga el 1. Como vemos en la siguiente tabla que representa la posiciones sucesivas de la flecha y el corazón, a partir del octavo movimiento todo se repite.

movimiento	1	2	3	4	5	6	7	8
$\leftarrow$	1	4	7	3	6	2	5	1
$\heartsuit$	4	7	3	6	2	5	1	4

Segunda forma. Girar 4 posiciones en sentido contrario al de las manecillas del reloj es lo mismo que girar 3 posiciones en el sentido de las manecillas del reloj, así que las dos marcas quedan siempr igualmente separadas.

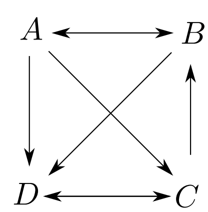
5. **(d)** Una posible forma de negar la afirmación es diciendo: "Alguien no resolvió más de 20"; esto es equivalente a decir: "Alguien resolvió 20 o menos".

6. **(c)** Como $\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$, el área del rectángulo que está a la derecha del que tiene área 20 es $\frac{5}{3}\cdot 27=45$.

7. **(c)** Llamemos x al número buscado y sean $a=2014$ y $b=10000a+a$. Entonces

$$\begin{aligned} x &= [(10000a+(a+1))\times 10000(a+1)+a]-[(10000a+a)\times(10000(a+1)+(a+1))] \\ &= [(b+1)(b+10000)]-[b(b+10000+1)] \\ &= [b^2+10000b+b+10000]-[b^2+10000b+b] \\ &= 10000. \end{aligned}$$

8. **(b)** La única forma de sumar 7 con tres de los números 0, 1 y 3 es $7=3+3+1$. De la misma manera, la única forma de lograr 4 es $4=3+1+0$. Como cada empate da 1 punto a cada uno de los equipos que empatan, el número de 1's debe ser par y entonces D empató uno o tres juegos. Por otro lado, la cantidad de 0's debe ser igual a la de 3's. Podemos deducir entonces que los puntos de D son 1, 0, 0. Una forma en que esto es posible se muestra en el siguiente esquema, en el que cada flecha va del ganador al perdedor.



9. **(d)**

$$a^{-3b}=(a^b)^{-3}=\frac{1}{(a^b)^3}=\frac{1}{\frac{1}{2^3}}=\frac{1}{\frac{1}{8}}=8.$$

10. **(c)** Los números que constan de dos dígitos iguales son de la forma $11d$ para $d = 1, 2, \ldots, 9$. Digamos que faltan a años para que ocurra lo que se pide. La suma de las edades entonces será $44 + 3a = 11d$. Como 44 y $11d$ son ambos múltiplos de 11, también lo debe ser a y el menor valor posible es $a = 11$ (y $d = 7$).

11. **(a)** Es claro que los primos que se usan son distintos entre sí; además, como el único primo par es el 2 y dos de los números mostrados son pares y el otro es impar, entonces el 2 debe aparecer opuesto al 35; opuesto al 14 aparece el $37 - 14 = 23$, y opuesto al 18 aparece el $37 - 18 = 19$. La respuesta es $2 + 23 + 19 = 44$.

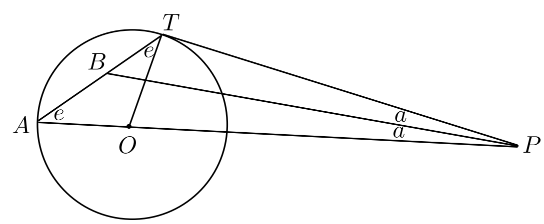
12. **(a)** Llamemos p al precio de cada playera cara. Entonces p satisface la ecuación

$$\frac{3}{4}p + \frac{4}{5}p = 2(p - 18),$$

de donde $15p + 16p = 40p - 40 \cdot 18$ y $9p = 40 \cdot 18$, así que $p = 80$.

13. **(e)** Llamemos x al tiempo (en horas) que debe correr a 7 Km/h. La distancia (en Km) que recorrerá es de $7x$. Su primer recorrido, cuando iba a 3 Km/h, lo hizo en 2 horas, así que x debe satisfacer la ecuación: $4(2 + x) = 6 + 7x$, o sea, $x = \frac{2}{3}$.

14. **(b)** Tenemos que $OT \perp PT$. Como OT y OA son radios, OTA es un triángulo isósceles. Sean a y e los ángulos marcados en la figura. En el triángulo ATP se tiene que $2a + 2e + 90^{\circ} = 180^{\circ}$, por tanto $a + e = 45^{\circ}$. Ahora, en el triángulo TBP, $\angle TBP + a + 90^{\circ} + e = 180^{\circ}$, así $\angle TBP = 45^{\circ}$.



15. **(b)** Llamémosle k a la cantidad de problemas que resolvieron en común. Por cada problema que resuelven en común se suman 5 puntos a la cuenta total, así es que el total de puntos resulta de calcular $5k + 4(60 - k) + 4(60 - k) = 480 - 3k$. Luego, como $480 - 3k = 312$, tenemos $k = 56$.