

Soluciones del Examen Canguro Matemático 2015

Nivel Estudiante

1. **(e)** Lo menos que puede ser es que Andrea haya nacido el 31 de diciembre de 1997 y Carlota el 1 de enero de 2001, en cuyo caso la diferencia de edades sería de 3 años y un día. Lo más que puede ser es que Andrea haya nacido el 1 de enero de 1997 y Carlota el 31 de diciembre de 2001, en cuyo caso la diferencia de edades sería de 5 años menos 1 día.

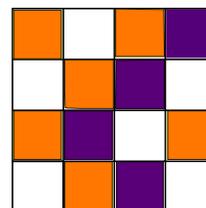
2. **(a)** Como $4 = 2^2$ tenemos que

$$4^{x+1} = (2^2)^{x+1} = 2^{2x+2}.$$

Si hubiera solución, se tendría que $2x = 2x + 2$ lo cual no es posible.

3. **(a)**

4. **(c)** Es claro que deben ser al menos 3. Con 3 basta, repintando como se muestra:



5. **(c)** Resolvemos una por una las operaciones:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 : 2015)} \\ = & \sqrt{(2 \cdot 2015) + (0) + (2015 \cdot 2015) + (1)} \\ = & \sqrt{(2015 + 1)^2} \\ = & 2016. \end{aligned}$$

6. **(c)** Si los catetos miden x y y , y la hipotenusa mide z , tenemos que $x^2 + y^2 = z^2$ por el teorema de Pitágoras. Además,

$$X = \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2, Y = \pi \left(\frac{y}{2}\right)^2 \text{ y } Z = \pi \left(\frac{z}{2}\right)^2.$$

Entonces

$$X + Y = \pi \left(\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \right) = \frac{\pi}{4}(x^2 + y^2) = \frac{\pi}{4}z^2 = \pi \left(\frac{z}{2}\right)^2 = Z.$$

7. **(a)** La curva es simétrica con respecto al eje x , así que el eje x es la recta c . El eje y es perpendicular a c .

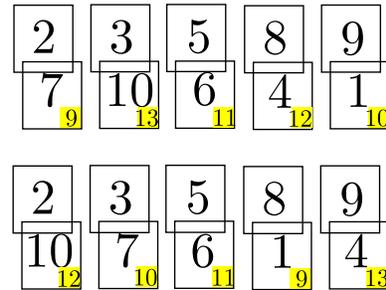
8. **(d)** Si (a) fuera cierto, entonces también lo sería (c), pero (c) es falso porque dice que (e) es falso. Entonces (a) es falso. Entonces (b) tampoco puede ser cierto. Como ya vimos, (c) es incorrecto, así que la primera afirmación cierta es (d).

9. **(a)** Digamos que los radios son $R > r > 1$. Tenemos:

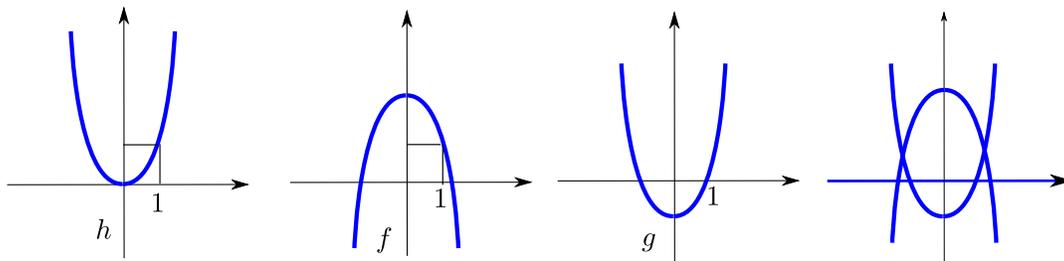
$$\frac{1}{4}\pi 1^2 = \frac{1}{4}(\pi r^2 - \pi 1^2) = \frac{1}{4}(\pi R^2 - \pi r^2),$$

así que $1 = r^2 - 1 = R^2 - r^2$, de donde $2 = r^2$ y $R^2 = 3$.

10. **(c)** Como las tarjetas 2 y 9 ya están ocupadas, la suma que cada una forme con su pareja no puede ser 11; lo mismo ocurre con la 3 y la 8, por lo que concluimos que la tarjeta que se aparea con la 5 es la 6. Entonces la suma 9 sólo se puede lograr apareando 7 con 2 o 1 con 8. En el primer caso, 10 debe aparearse con 3, 4 con 8 y 1 con 9. En el segundo caso, 10 debe aparearse con 2, 7 con 3 y 4 con 9.



11. **(d)** La gráfica de la función h definida por $h(x) = x^2$ se muestra a la izquierda. La gráfica de f se obtiene reflejando la de h con respecto al eje de las x y desplazándola 2 unidades hacia arriba. La gráfica de g se obtiene desplazando la de h una unidad hacia abajo. Entonces la figura de la derecha muestra las gráficas de f y g juntas.



12. **(c)** Digamos que pagó p por el primero y q por el segundo. Obtuvo

$$1.4p + 1.6q = 1.54(p + q)$$

Dividiendo entre q tenemos

$$1.4 \frac{p}{q} + 1.6 = 1.54 \left(\frac{p}{q} + 1 \right).$$

Despejamos: $.06 = .14 \frac{p}{q}$, de donde $\frac{p}{q} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.