Soluciones del Examen Canguro Matemático 2016
Nivel Estudiante

1. **(b)** Llamemos M a la edad de Miguel, T a la edad de Tere e I a la edad de Inés. Tenemos que $(M+T)+(M+I)=5+6=11$. Luego, $2M=11-(T+I)=11-7=4$, de donde $M=2$. Así, $T=5-2=3$ e $I=6-2=4$.

2. **(d)** Una sola ficha roja debe ser el 10 % del total de fichas sobre la mesa, así es que debe haber 10 fichas en total. De esas 10 fichas, 9 son azules.

3. **(c)** Las rutas posibles son:

$$\begin{array}{ll} D-A-B-C-D-B, & D-A-B-D-C-B, \\ D-B-A-D-C-B, & D-B-C-D-A-B, \\ D-C-B-A-D-B, & D-C-B-D-A-B. \end{array}$$

4. **(e)** Llamemos a a la longitud del lado mayor de cada rectángulo y b a la longitud del lado menor. Así, $2(a+b)=16$. Siguiendo el contorno del cuadrado notamos que su perímetro es $a+b+a+b+a+b+a+b=4(a+b)=32$.

5. **(a)** La primera vez que Arín alcanza un múltiplo de 5 es cuando da 4 saltos, pero la distancia que alcanza es $1+2+3+4=10$, que es menor que $4\times 5=20$. La segunda vez que Arín alcanza un múltiplo de 5 es cuando da 5 saltos, pero la distancia que alcanza es 15, que es menor que $5\times 5=25$. La tercera vez que Arín alcanza un múltiplo de 5 es cuando da 9 saltos y la distancia que alcanza es 45, que es igual a 9×5.

6. **(d)** Si Marisol cree que son las 12:00, es porque su reloj marca las 12:05 (dado que cree que está adelantado 5 minutos). Como el reloj de Marisol en realidad está atrasado 10 minutos, entonces la hora real es las 12:15. Dado que el reloj de Mónica está adelantado 5 minutos, marca las 12:20. Pero Mónica cree que su reloj está atrasado 10 minutos, por lo que cree que son las 12:30.

7. **(a)** El efecto de invertir las coordenadas es el mismo que el de reflejar con respecto a la recta a 45º.

8. **(b)** Es imposible que todos sean bribones, pues todos estarían sentados entre dos bribones y eso contradice que los bribones mienten. Así, al menos hay un caballero. Por otra parte, es imposible que haya tres bribones consecutivos, puesto que el que está en medio estaría diciendo la verdad (y los bribones siempre mienten). Si elegimos un caballero, entre los otros 6 debe haber al menos dos caballeros más. Si hubiera 4 caballeros o más, tendría que haber 4 bribones o más (lo cual es imposible porque son solamente 7 personas). Para acomodar a 3 caballeros y 4 bribones cumpliendo las condiciones del problema, basta con que éstos se sienten en círculo de forma alternada.

9. **(b)** Como cada renglón tiene el mismo producto, éste debe ser igual a la raíz cúbica del producto de todos los números, es decir, 1000. De esta forma, arriba del signo de interrogación debe ser 50. En la columna del 1 también el producto debe ser 1000, y la única forma de conseguirlo es escribiendo los números 10 y 100. Para que el producto de la diagonal donde está escrito 20 sea igual a 1000 la única posibilidad es que se escriba 10 en el centro y entonces 5 va en la esquina y 4 va arriba de 5, en el lugar de la interrogación. La figura completa queda como se muestra a la derecha.

20	1	50
25	10	4
2	100	5

10. **(c)** Llamemos A, B, C, D y E a los vagones, suponiendo que están en ese orden y usemos las mismas letras para representar el número de pasajeros en cada vagón. Un pasajero que está en el primer vagón tiene $(A-1)+B$ vecinos; un pasajero que está en el segundo vagón tiene $A+(B-1)+C$ vecinos. Como todos los vagones tienen al menos un pasajero, entonces $C \neq 0$, de donde tenemos que $A+B-1=5$, $A+B+C-1=10$ y por lo tanto $C=5$. Siguiendo un análisis similar obtenemos que $B+C+D-1=10=C+D+E-1$. Esto nos dice que $A=D$ y $B=E$. Entonces $A+B+C+D+E=2\times(A+B)+C=2\times 6+5$.

11. **(a)** Denotemos por a, b, c, d y e los radios de los círculos con centros en A, B, C, D y E, respectivamente. Tenemos entonces que

$$\begin{array}{lll} (1) & a+b & =16, \\ (2) & b+c & =14, \\ (3) & c+d & =17, \\ (4) & d+e & =13, \\ (5) & e+a & =14. \end{array}$$

De (1) y (2) se tiene que $c<a$, de (2) y (3), $b<d$, de (3) y (4) $e<c$, de (4) y (5), $d<a$ y, finalmente, de (1) y (5), $e<b$. Combinando logramos:

$$e<c<a \quad \text{y} \quad b<d<a,$$

así que a es el mayor.

12. **(e)** Sabemos que 3) es verdad y que 4) es mentira. Llamemos A_i al conjunto de los primos entre 4 y 18 que cumplen la condición i, y B_i a los que no la cumplen. Entonces

$$\begin{array}{ll} A_1=\{7,13\}, & B_1=\{5,11,17\}. \\ A_2=\{17,\}, & B_2=\{5,7,11,13\}. \\ A_5=\{5,17\}, & B_5=\{7,11,13\}. \end{array}$$

Como A_1 y A_2 no tienen elementos en común, ni tampoco A_1 y A_5, entonces 1) es falsa. El único elemento que tienen en común A_2 y A_3 es 17, así que es la única posibilidad para x y las afirmaciones son 2), 3) y 5).