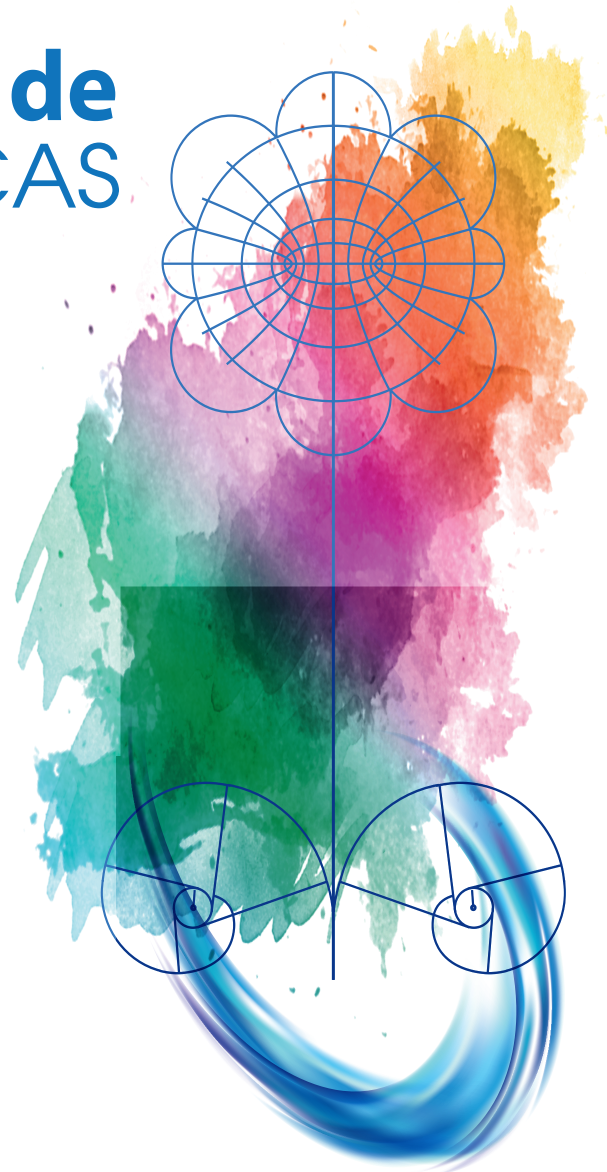
*Visita la página de la*
*Olimpiada Mexicana de Matemáticas*
*www.ommenlinea.org*

**Problemas introductorios**

# 36ª

# Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS



SOCIEDAD MATEMATICA MEXICANA

**2022**

# Problemas Introductorios

para la

**36**ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas


Luis Miguel García Velázquez
José Antonio Gómez Ortega
María Luisa Pérez Seguí


2022

**Luis Miguel García Velázquez**

Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad Morelia,
Universidad Nacional Autónoma de México

**José Antonio Gómez Ortega**

Facultad de Ciencias,
Universidad Nacional Autónoma de México

**María Luisa Pérez Seguí**

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

# Contenido

**Presentación** . . . . . . . . . . . . **i**

Etapas de las Olimpiadas . . . . . . . . . . ii

Resumen de Resultados . . . . . . . . . . ii

Resultados de las Delegaciones que han representado a México en Concursos Internacionales . . . . . . . . . . iii

Resultados en el Concurso Nacional de la 35ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas . . . . . . . . . . vi

Material de estudio e información sobre la OMM . . . . . . . viii

**Enunciados de los problemas** . . . . . . . . . . **1**

**Soluciones de los Problemas** . . . . . . . . . . **16**

**Concentrado de Respuestas** . . . . . . . . . . **29**

**Información de Contacto** . . . . . . . . . . **30**

# Presentación

La Sociedad Matemática Mexicana, a través del Comité de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, organiza la $36^a$ Olimpiada Mexicana de Matemáticas, la $5^a$ Olimpiada Matemática Mexicana de Educación Básica y la $2^a$ Olimpiada Mexicana Femenil de Matemáticas. A partir de estos concursos se integrarán las selecciones que participarán en las distintas olimpiadas internacionales del año 2023: la $64^a$ Olimpiada Internacional de Matemáticas a celebrarse en Japón durante el mes de julio, la XXXVIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas que se llevará a cabo en septiembre, la XXV Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe que se realizará en el mes de junio, la $12^a$ Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas a realizarse en el mes de abril, la $25^a$ Competencia Internacional de Matemáticas y la $3^a$ Olimpiada Panamericana Femenil de Matemáticas, entre otros concursos de nivel internacional.

En la $36^a$ Olimpiada Mexicana de Matemáticas pueden participar estudiantes de México que hayan nacido después del $1^o$ de agosto de 2003. Quienes concursen deberán tener inscripción en una institución preuniversitaria durante el primer semestre del ciclo escolar 2021-2022, y para el $1^o$ de julio del año 2023 no deberán haber iniciado estudios de nivel universitario.

En este folleto se incluyen problemas que aparecieron en las primeras etapas de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas con la idea de que este material sirva como orientación a quienes desean participar por vez primera; como se puede ver, no se presentan ejercicios rutinarios o en los que se apliquen directamente los conocimientos que se adquieren en el escuela; éstos son problemas que requieren de una buena dosis de ingenio y de esfuerzo para ser resueltos. Como en todos los aspectos del aprendizaje de las matemáticas, el esfuerzo individual y el enfrentamiento solitario con los problemas son importantes, pero también es muy importante la discusión con otras personas.

Una forma de manifestar creatividad en matemáticas es resolviendo problemas. Otra forma, que en general requiere de más madurez, es inventándolos. Invitamos a quienes leen este folleto: docentes, estudiantes, ex-participantes y participantes, a que nos envíen problemas junto con su solución. Las aportaciones serán consideradas para su inclusión en exámenes o en futuros folletos.

Los problemas de este folleto se propusieron en el Canguro Matemático Mexicano y tienen distintos niveles. Los comités estatales utilizaron los problemas a su conveniencia. En muchos estados los problemas aquí presentados fueron aplicados en los exámenes de diferentes etapas del proceso estatal.

Los problemas que aparecen en esta publicación se presentan en orden creciente de dificultad. Hasta el problema 48 formaron parte de los distintos niveles del Canguro Matemático Mexicano; los primeros de ellos pueden resolverse con conocimientos mínimos de $4^o$ de primaria. Los problemas a partir del 49 corresponden a las primeras fases de un concurso estatal y suponen un entrenamiento previo de nivel básico.

Para continuar con una preparación, puede consultar la página de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas: *www.ommenlinea.org*, donde encontrara información y materiales que lo orientarán.

## Etapas de las Olimpiadas

Las Olimpiadas Mexicanas de Matemáticas constan de tres etapas:

**Exámenes Estatales.** Estos exámenes servirán para formar las selecciones estatales que asistirán a los concursos nacionales.

**Concursos Nacionales.** En los concursos nacionales se eligen las preselecciones mexicanas.

**Entrenamientos.** A quienes integren las preselecciones que surjan de los concursos nacionales se les entrenará intensivamente durante los meses previos a los concursos internacionales anuales. También se aplicarán exámenes para determinar a las selecciones que representarán a México en las diferentes Olimpiadas Internacionales.

La participación en las tres etapas mencionadas es individual.

## Resumen de Resultados

En el año de 1987 la Sociedad Matemática Mexicana organizó la Primera Olimpiada Mexicana de Matemáticas. A partir de esa fecha, los concursos nacionales se han celebrado anualmente en las ciudades de Xalapa, Hermosillo, Metepec, Guanajuato, Oaxtepec, La Trinidad, Acapulco, Guadalajara, Colima, Mérida, Monterrey, Querétaro, Oaxaca, Morelia, Oaxtepec, Colima, Guanajuato, Ixtapan de la Sal, Campeche, Zacatecas, Saltillo, San Carlos, Campeche, Ensenada, San Luis Potosí, Guanajuato, Huasca, Toluca, Guadalajara, Acapulco, Monterrey, Campeche, Ciudad de México y en los años 2020 y 2021 en forma virtual.

## Resultados de las Delegaciones que han representado a México en Concursos Internacionales

| Olimpiada Internacional de Matemáticas | | | |
|---|---|---|---|
| Año | País sede | No. de países | Lugar de México |
| 1988 | Australia | 49 | 37 |
| 1989 | Rep. Fed. de Alemania | 50 | 31 |
| 1990 | Rep. Popular de China | 54 | 36 |
| 1991 | Suecia | 55 | 35 |
| 1992 | Rusia | 56 | 49 |
| 1993 | Turquía | 73 | 63 |
| 1994 | Hong Kong | 69 | 65 |
| 1995 | Canadá | 74 | 59 |
| 1996 | India | 75 | 53 |
| 1997 | Argentina | 82 | 32 |
| 1998 | Taiwan | 75 | 44 |
| 1999 | Rumania | 81 | 52 |
| 2000 | Corea | 82 | 30 |
| 2001 | Estados Unidos | 83 | 46 |
| 2002 | Escocia | 84 | 46 |
| 2003 | Japón | 82 | 41 |
| 2004 | Grecia | 84 | 37 |
| 2005 | México | 91 | 31 |
| 2006 | Eslovenia | 90 | 24 |
| 2007 | Vietnam | 92 | 37 |
| 2008 | España | 97 | 37 |
| 2009 | Alemania | 104 | 50 |
| 2010 | Kasajistán | 97 | 33 |
| 2011 | Holanda | 101 | 22 |
| 2012 | Argentina | 100 | 31 |
| 2013 | Colombia | 97 | 17 |
| 2014 | Sudáfrica | 101 | 26 |
| 2015 | Tailandia | 104 | 19 |
| 2016 | Hong Kong | 109 | 23 |
| 2017 | Brasil | 112 | 43 |
| 2018 | Rumania | 107 | 36 |
| 2019 | Reino Unido | 112 | 41 |
| 2020 | Rusia | 105 | 45 |
| 2021 | Rusia | 107 | 34 |

En 2021, cada integrante de la delegación que representó a México en la Olimpiada Internacional obtuvieron un reconocimiento. Ellos fueron: Tomás Francisco

Cantú Rodríguez de la Ciudad de México (bronce), Daniel Alejandro Ochoa Quintero de Tamaulipas (bronce), Carlos Emilio Ramos Aguilar de Sinaloa (bronce), Pablo Alhui Valeriano Quiroz de Nuevo León (plata), José Alejandro Reyes González de Morelos (bronce), Omar Fraid Astudillo Marban de Guerrero (plata). En total, en la IMO se han obtenido 4 medallas de oro, 28 medallas de plata, 72 medallas de bronce y 39 menciones honoríficas.

| **Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas** | | | |
|---|---|---|---|
| Año | País sede | No. de países | Lugar de México |
| 1989 | Cuba | 13 | 3 |
| 1990 | España | 15 | 3 |
| 1991 | Argentina | 16 | 5 |
| 1992 | Venezuela | 16 | 6 |
| 1993 | México | 16 | 9 |
| 1994 | Brasil | 16 | 6 |
| 1995 | Chile | 18 | 9 |
| 1996 | Costa Rica | 17 | 2 |
| 1997 | México | 17 | 3 |
| 1998 | República Dominicana | 18 | 5 |
| 1999 | Cuba | 20 | 3 |
| 2000 | Venezuela | 21 | 2 |
| 2001 | Uruguay | 21 | 3 |
| 2002 | El Salvador | 22 | 3 |
| 2003 | Argentina | 19 | 4 |
| 2004 | España | 22 | 5 |
| 2005 | Colombia | 22 | 2 |
| 2006 | Ecuador | 21 | 1 |
| 2007 | Portugal | 22 | 4 |
| 2008 | Brasil | 21 | 6 |
| 2009 | México | 21 | 5 |
| 2010 | Paraguay | 21 | 3 |
| 2011 | Costa Rica | 21 | 1 |
| 2012 | Bolivia | 19 | 6 |
| 2013 | Panamá | 20 | 3 |
| 2014 | Honduras | 22 | 1 |
| 2015 | Puerto Rico | 23 | 4 |
| 2016 | Chile | 22 | 4 |
| 2017 | Argentina | 22 | 4 |
| 2018 | España-Portugal | 22 | 4 |
| 2019 | México | 23 | 4 |
| 2020 | Perú | 23 | 2 |
| 2021 | Costa Rica | 22 | 3 |

Cada participante de la delegación mexicana en la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas en 2021 obtuvo medalla. La delegación estuvo integrada por: Omar Fraid Astudillo Marban de Guerrero (medalla de oro), Daniel Alejandro Ochoa Quintero de Tamaulipas (medalla de plata) Ana Illanes Martínez de la Vega de la Ciudad de México (medalla de plata) y Eric Ranson Treviño de Nuevo León (medalla de bronce). En total, en las Olimpiadas Iberoamericanas México ha obtenido 30 medallas de oro, 56 medallas de plata, 38 medallas de bronce y 4 menciones honoríficas.

| **Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe** | | | |
|---|---|---|---|
| Año | País sede | No. de países | Lugar de México |
| 1999 | Costa Rica | 10 | 2 |
| 2000 | El Salvador | 9 | 2 |
| 2001 | Colombia | 10 | 2 |
| 2002 | México | 8 | 1 |
| 2003 | Costa Rica | 11 | 1 |
| 2004 | Nicaragua | 12 | 1 |
| 2005 | El Salvador | 12 | 1 |
| 2006 | Panamá | 12 | 1 |
| 2007 | Venezuela | 12 | 1 |
| 2008 | Honduras | 12 | 2 |
| 2009 | Colombia | 12 | 1 |
| 2010 | Puerto Rico | 16 | 1 |
| 2011 | México | 12 | 1 |
| 2012 | El Salvador | 12 | 1 |
| 2013 | Nicaragua | 13 | 1 |
| 2014 | Costa Rica | 12 | 1 |
| 2015 | México | 13 | 1 |
| 2016 | Jamaica | 13 | 1 |
| 2017 | El Salvador | 14 | 1 |
| 2018 | Cuba | 12 | 1 |
| 2019 | República Dominicana | 12 | 1 |
| 2020 | Panamá | 13 | 1 |
| 2021 | Colombia | 12 | 1 |

En la XXIII Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe la delegación mexicana obtuvo una medalla de oro: Rogelio Guerrero Reyes del Estado de Aguascalientes y tres medallas de plata: Isaac Montaño Manríquez del Estado de Baja California Sur, Sebastián Montemayor Trujillo del Estado de Nuevo León y Mateo Iván Latapi Acosta de la Ciudad de México. La delegación nacional obtuvo el primer lugar por países. En total, en la Olimpiada Centroamericana y del Caribe, México ha obtenido 43 medallas de oro, 27 de plata y 3 de bronce.

| Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas | | | |
|---|---|---|---|
| Año | País sede | No. de países | Lugar de México |
| 2014 | Turquía | 28 | 17 |
| 2015 | Bielorusia | 30 | 9 |
| 2016 | Rumania | 39 | 13 |
| 2017 | Suiza | 44 | 14 |
| 2018 | Italia | 56 | 7 |
| 2019 | Ucrania | 50 | 10 |
| 2020 | Holanda | 53 | 6 |
| 2021 | Georgia | 55 | 6 |

En abril de 2021 México participó en la $10^a$ Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas (EGMO, por sus siglas en inglés) en Holanda (virtual). Esta olimpiada es para países europeos pero se permite la participación por invitación de otros equipos. El equipo mexicano fue integrado por Ana Illanes Martínez de la Vega de la Ciudad de México (medalla de oro), Karla Rebeca Munguía Romero del Estado Sinaloa (medalla de oro), Alejandra Valdepeñas Ramírez del Estado de Coahuila (medalla de bronce) y Samantha Ruelas Valtierra del Estado de Querétaro (medalla de bronce). En total, en la Olimpiada Europea Femenil, México ha obtenido 5 medallas de oro, 12 medallas de plata, 11 medallas de bronce y una mención honorífica.

## Resultados en el Concurso Nacional de la 35ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas

En noviembre de 2021 se llevó a cabo en forma virtual el Concurso Nacional de la $35^a$ OMM, con la participación de treinta y dos Estados de la República. Quienes ganaron primer lugar fueron:

Rogelio Guerrero Reyes (Aguascalientes),
Omar Farid Astudillo Marbán (Guerrero),
Daniel Alejandro Ochoa Quintero (Tamaulipas),
Ana Illanes Martínez de la Vega (Ciudad de México),
Diego Alfonso Villarreal Grimaldo (Nuevo León),
Eric Ransom Treviño (Nuevo León),
Karla Rebeca Munguía Romero (Sinaloa),
Leonardo Mikel Cervantes Mateos (Ciudad de México),

Luis Eduardo Martínez Aguirre (Nuevo León),
Víctor Manuel Bernal Ramírez (Sinaloa),
Rosa Victoria Cantú Rodríguez (Ciudad de México),
Alonso Baeza Quevedo (Baja California Sur),
Adrián Arturo García López (Jalisco),
Sebastián Montemayor Trujillo (Nuevo León),
Dariam Samuel Aguilar García (Baja California),
Carlos Fernando Martínez Quintero (Ciudad de México),
Megan Ixchel Monroy Rodríguez (Hidalgo).

La preselección para la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe queda integrada por:

Alonso Baeza Quevedo (Baja California Sur),
Emiliano Hernández Barranco (Morelos),
Leonardo Melgar Rubí (Morelos),
Andrea Sarahí Cascante Duarte (Morelos),
Rodrigo Saldívar Mauricio (Zacatecas),
Iker Torres Terrazas (Chihuahua),
Alan Alejandro López Grajales (Chiapas),
Luis Veudi Vivas Pérez (Quintana Roo),
Ángela María Flores Ruíz (Sinaloa).

La preselección para la Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas es la siguiente:

Ana Illanes Martínez de la Vega (Ciudad de México),
Karla Rebeca Munguía Romero (Sinaloa),
Rosa Victoria Cantú Rodríguez (Ciudad de México),
Megan Ixchel Monroy Rodríguez (Hidalgo),
Sandra Gabriela García Barraza (Sonora),
Andrea Sarahí Cascante Duarte (Morelos),
Alexandra Valdepeñas Ramírez (Coahuila),
Cynthia Naely López Estrada (Guanajuato),
Marcela Aguirre Valdez (Sinaloa),
María Fernanda López Tuyub (Yucatán),
Jimena Sofía Díaz Sánchez (Zacatecas).

Aunque la participación en el Concurso Nacional es individual, es importante destacar la labor que han llevado a cabo los estados de la República apoyando a sus concursantes. Con el propósito de reconocer este trabajo, presentamos el registro de los estados que ocuparon los primeros 10 lugares en el 35° Concurso Nacional de la OMM:

1. Ciudad de México
2. Nuevo León
3. Sinaloa
4. Morelos
5. Jalisco
6. Oaxaca
7. Guerrero
8. Tamaulipas
9. Aguascalientes
10. Hidalgo
10. Yucatán.

En esta ocasión, el premio a la Superación Académica fue ganado por la delegación de Oaxaca. El segundo y tercer lugar de este premio lo ocuparon, respectivamente, Guerrero y Baja California Sur.

## Material de estudio e información sobre la OMM

Para obtener más información sobre los eventos de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas o para consultar otro material de estudio disponible, te invitamos a visitar el sitio de Internet:

`http://ommenlinea.org/`

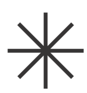
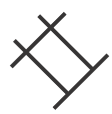
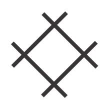
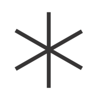
Este folleto se edita con el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

**EL COMITÉ ORGANIZADOR DE LA**
**OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS**
Febrero 2022

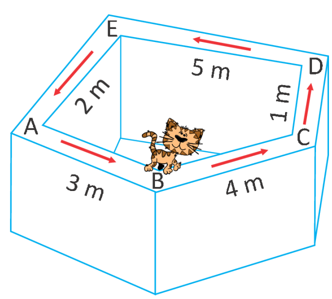
# Enunciados de los problemas

**Los siguientes problemas son de nivel introductorio y son de calentamiento. Los conocimientos necesarios para resolverlos no pasan de aquellos del programa escolar de cuarto de primaria, sin embargo debes leerlos con cuidado para entender qué se pide en cada caso.**

**Problema 1.** Leticia tiene 3 palitos como el que se muestra a la derecha. ¿Cuál de las formas puede hacer si no puede doblar ni romper los palitos?

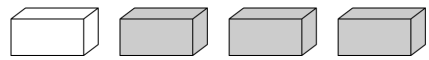
(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

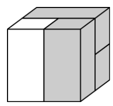
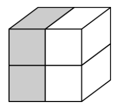
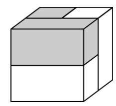
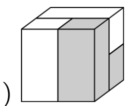
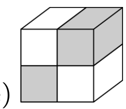
**Problema 2.** El gatito camina sobre la orilla de la pared. Empieza en el punto $B$ y sigue la dirección de las flechas. ¿Dónde termina si su recorrido es de 20 m?



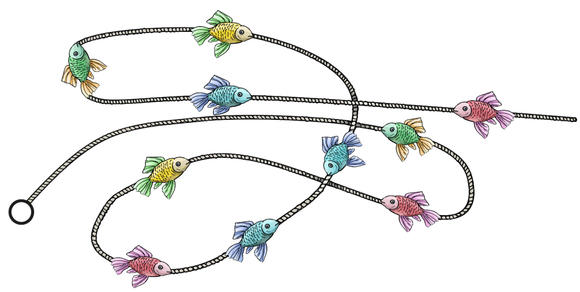

(a) A (b) B (c) C (d) D (e) E

**Problema 3.** Eric tiene 4 ladrillos que se muestran a la derecha. ¿Cuál de los cubos puede construir con ellos?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

**Problema 4.** ¿Cuántos peces tendrán su cabeza apuntando hacia el anillo cuando la cuerda se enderece?



(a) 3 (b) 5 (c) 6 (d) 7 (e) 8

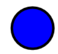
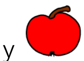
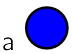
**Problema 5.** Luis quiere escribir números de cuatro cifras que utilicen cuatro dígitos consecutivos en orden ascendente de izquierda a derecha. ¿Cuántos números distintos podrá escribir Luis?

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

**Problema 6.** Las tarjetas que se muestran a la derecha se colocan en 2 cajas de manera que la suma de las tarjetas en cada caja es la misma. ¿Qué número tiene la tarjeta que debe estar en la misma caja que la que tiene el número 4?

2 3 4 5 6

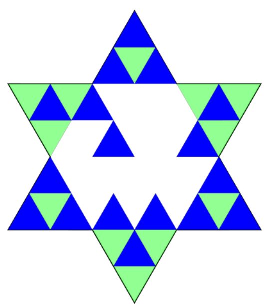
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

**Problema 7.** Eva tiene las 5 calcomanías , , ,  y . Las repartió, una en cada espacio de la tira que se muestra de tal forma que  no está en el cuadro con el número 5,  está en el 1,  es adyacente a  y a . ¿En cuál cuadrado quedó ?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

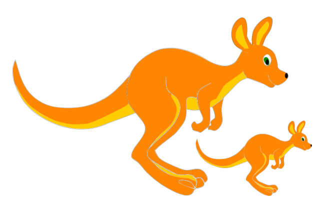
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

**Problema 8.** Se usaron mosaicos triangulares azules y verdes del mismo tamaño para cubrir un piso en forma de estrella, pero algunos se cayeron, como se muestra. ¿Cuántos mosaicos se cayeron?



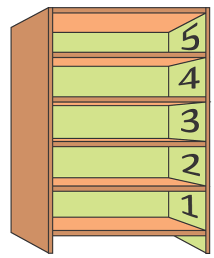
(a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 18 (e) 19

**Problema 9.** Cangurín y su papá hacen una carrera de 24 m. Cangurín realiza saltos de 2 m por segundo, mientras que papá Canguro hace saltos de 6 m por segundo. Papá Canguro le da ventaja a Cangurín, y resulta que llegan justo al mismo tiempo a la meta. ¿Cuántos metros ha avanzado exactamente Cangurín cuando papá Canguro arranca?



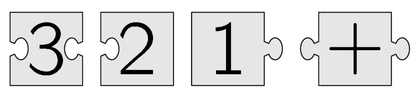
(a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18 (e) 20

**Problema 10.** Susana tiene 5 juguetes: una pelota, un carrito, un rompecabezas, un libro y un muñeco. Colocó cada juguete en uno de los estantes. ¿En cuál de los estantes no puede haber quedado el libro si la pelota quedo más arriba que el carrito y más abajo que el muñeco, y el rompecabezas está justo encima de la pelota?



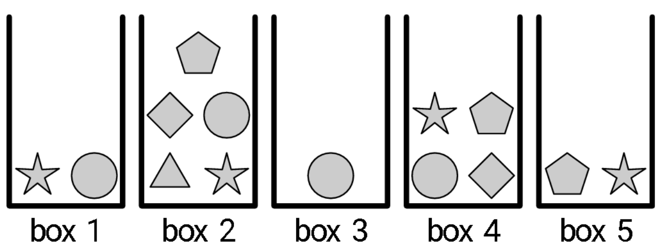

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

**Problema 11.** Cuando se juntan correctamente las piezas del rompecabezas, forman una operación. ¿Cuál es el resultado de esa operación?



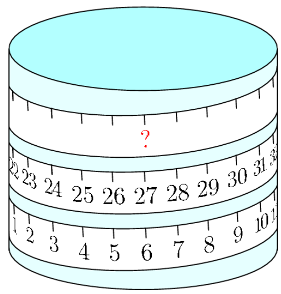

(a) 6 (b) 15 (c) 18 (d) 24 (e) 33

**Problema 12.** Sofía quiere escoger 5 figuras de formas distintas de las cajas. Solamente puede escoger una forma de cada caja. ¿Qué forma debe escoger de la caja 4?



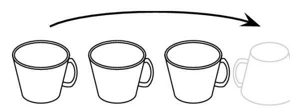

(a)  (b)  (c)  (d)  (e)

**Problema 13.** Una cinta métrica está enrollada en un cilindro, como se ve en la figura. ¿Qué número debe ir en lugar del signo de interrogación?




(a) 33 (b) 42 (c) 48 (d) 53 (e) 69

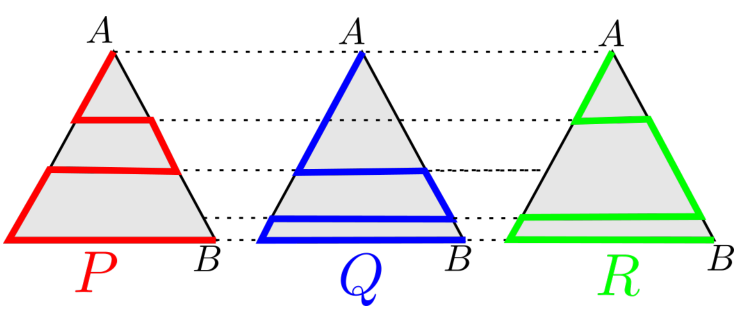
**Problema 14.** Nora juega con 3 tazas sobre la mesa. Cada vez toma la de la izquierda, la voltea y la pone a la derecha de las otras, como se muestra en la figura. Esto lo repite varias veces. ¿Cómo quedan las tazas después de que lo hace 10 veces?



(a)  (b)  (c) 

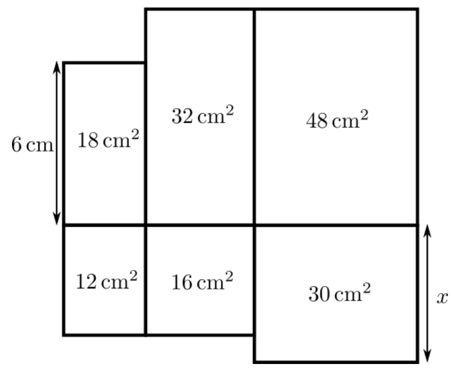
(d)  (e) 

**Problema 15.** En cada uno de los tres triángulos equiláteros iguales se ha marcado un camino de $A$ a $B$ con línea gruesa. Las longitudes de los caminos son $P$, $Q$ y $R$, como se indica. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta?




(a) $P < R < Q$ (b) $P < Q < R$ (c) $P < Q = R$ (d) $P = R < Q$ (e) $P = Q = R$

**Problema 16.** En la figura hay 6 rectángulos. El de la izquierda arriba tiene un lado de medida 6 cm. Las áreas de los rectángulos se señalan en la figura. ¿Cuál es la longitud del lado del rectángulo de abajo a la derecha marcada con $x$?



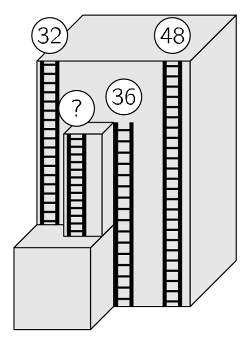

(a) 5 *cm* (b) 5.5 *cm* (c) 6 *cm* (d) 6.5 *cm* (e) 10 *cm*

**Problema 17.** Tomás codificó palabras usando la tabla que se muestra. Por ejemplo, la palabra *PATO* tiene el código ♡2 – ♢3 – ♣2 – ♠4. ¿Qué palabra codificó como ♠1 – ♣3 – ♢4 – ♡3 – ♢3?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ♠ | $C$ | $L$ | $N$ | $O$ |
| ♡ | $S$ | $P$ | $R$ | $I$ |
| ♢ | $F$ | $G$ | $A$ | $B$ |
| ♣ | $U$ | $T$ | $E$ | $D$ |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |

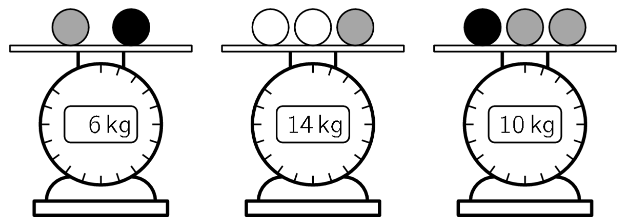
(a) CABRA (b) CERDO (c) COBRA (d) CUERVO (e) CEBRA

**Problema 18.** En un edificio alto hay 4 escaleras de emergencia. Las longitudes de tres de ellas son 48 m, 36 m y 32 m, como se señala en la figura. ¿Cuál es la altura de la cuarta?



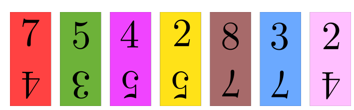

(a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 20 (e) 22

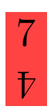
**Problema 19.** Si las pelotas del mismo color tienen el mismo peso, ¿cuántos kilos pesa cada pelota blanca?

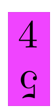


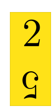

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

**Problema 20.** En la fila que se muestra, hay 7 tarjetas que tienen, cada una, dos números escritos en direcciones opuestas. Se quieren reacomodar de tal manera que la suma de los números de arriba sea la misma que los de abajo. Esto se puede lograr girando sólo una de las tarjetas, ¿cuál es?

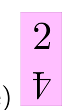



(a) 

(b) 

(c) 

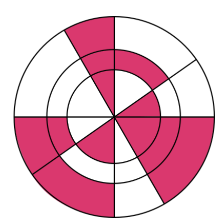
(d) 

(e) 


**Problema 21.** Un maestro tiene una caja con galletas. Sabe que hay menos de 50, que puede repartirlas entre 3 niños de manera que a todos les toque la misma cantidad, que también puede repartirlas equitativamente entre 4 niños, pero que para repartirlas entre 7 niños necesitaría 6 galletas más. ¿Cuántas galletas son?

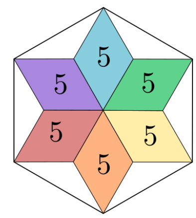
(a) 12 (b) 24 (c) 30 (d) 36 (e) 48

**Problema 22.** El dibujo de la figura se hizo con tres círculos concéntricos y cuatro segmentos que pasan por el centro de los círculos. ¿Qué porcentaje del dibujo está sombreado?



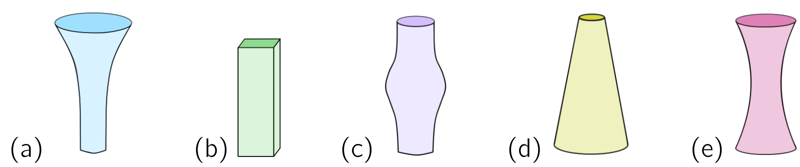
(a) 30% (b) 35% (c) 40% (d) 45% (e) 50%

**Problema 23.** La estrella de la figura está formada por 6 rombos, cada uno de área $5\,\text{cm}^2$. Se unen los picos de la estrella para formar un hexágono, como se muestra. ¿Cuál es el área del hexágono?

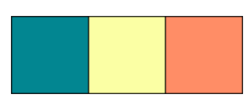



(a) $30\,\text{cm}^2$ (b) $32\,\text{cm}^2$ (c) $36\,\text{cm}^2$ (d) $40\,\text{cm}^2$ (e) $45\,\text{cm}^2$

**Problema 24.** En la figura se muestran 5 recipientes con capacidad de un litro, todos de la misma altura. Si ponemos medio litro de agua en cada recipiente, ¿en cuál de ellos será mayor la altura del agua?

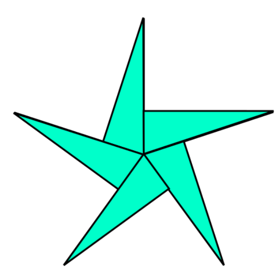



**Problema 25.** En la figura se muestra la vista desde arriba de una construcción hecha con 6 cubos idénticos. Sólo se ve una cara de tres de ellos. ¿Cuántas construcciones distintas pueden verse de esa forma si sabemos que siempre que hay un cubo encima del otro es porque son del mismo color?



(a) 6 (b) 7 (c) 10 (d) 12 (e) 15

**Problema 26.** Un juego tiene muchas fichas iguales en forma de triángulo rectángulo. Si Ana junta 5 de esas fichas haciendo coincidir los ángulos agudos de mayor medida, forma una estrella, como se muestra en la figura. También, si junta cierto número de piezas, pero haciendo coincidir el ángulo agudo menor (en lugar del mayor), logra formar otra estrella. ¿Cuántas piezas usa para formar esa nueva estrella?

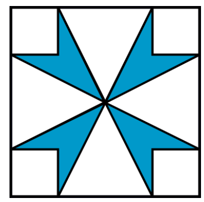


(a) 10 (b) 12 (c) 18 (d) 20 (e) 24

**Problema 27.** Un examen tiene 20 preguntas. Para calcular la calificación, por cada respuesta correcta se suman 7 puntos, mientras que por cada respuesta incorrecta se quitan 4 puntos. Las respuestas que se quedan en blanco no aportan ningún punto a la cuenta. Guadalupe sacó 100 en el examen. ¿Cuántas preguntas dejó en blanco?

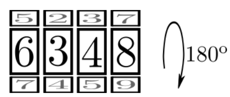
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

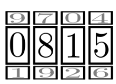
**Problema 28.** El área del cuadrado más grande de la figura es $16\,\text{cm}^2$, mientras que el área de cada uno de los 4 cuadrados pequeños en las esquinas del grande es $1\,\text{cm}^2$ ¿Cuál es el área de la región sombreada?

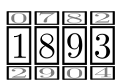


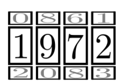
(a) $3\,\text{cm}^2$ (b) $\frac{7}{2}\,\text{cm}^2$ (c) $4\,\text{cm}^2$ (d) $\frac{11}{2}\,\text{cm}^2$ (e) $6\,\text{cm}^2$

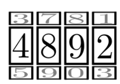
**Problema 29.** Un candado de bicicleta tiene cuatro ruedas numeradas del 0 al 9, en orden. A partir de la posición que se muestra en la figura es necesario rotar 180° cada una de las ruedas para llegar al código correcto. ¿Cuál es el código correcto?

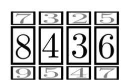



(a) 

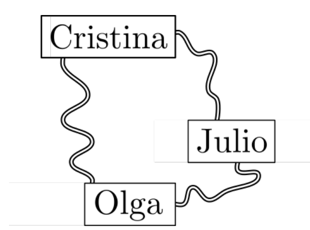
(b) 

(c) 

(d) 

(e) 


**Problema 30.** Cristina, Julio y Olga viven alrededor de un lago. Sus casas están conectadas por caminos como se muestra en la figura. Si Olga va a casa de Cristina pasando por la casa de Julio, recorre 1 Km más que si usara el camino directo. Si Julio va a casa de Olga pasando por la casa de Cristina, recorre 5 Km más que si usara el camino directo. El camino de casa Cristina a la casa de Julio pasando por casa de Olga es 7 Km más largo que la ruta directa. ¿Cuál es la longitud del camino más corto entre las tres casas?




(a) 1 Km (b) 2 Km (c) 3 Km (d) 4 Km (e) 5 Km

**Problema 31.** Se tienen 2021 fichas numeradas de 1 al 2021. Se han colocado en una fila en orden de acuerdo a su número. Algunas fichas son rojas, otras son verdes y el resto son azules. Se sabe que si tres fichas tienen números consecutivos entonces hay una de cada uno de los tres colores. Leonardo apuntó el color de 5 de las fichas. Estas son sus anotaciones:

La ficha 2 es verde.

La ficha 20 es azul.

La ficha 202 es rojo.

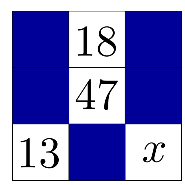
La ficha 1002 es azul.

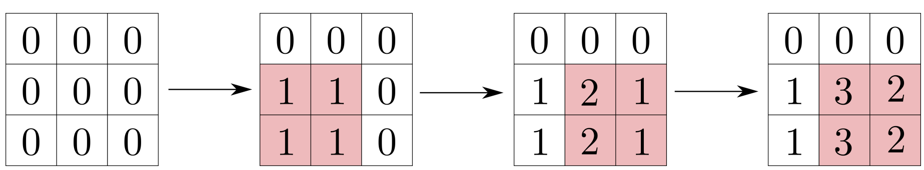
La ficha 2021 es verde.

Leonardo se dio cuenta de que se equivocó al anotar el color de exactamente una de las fichas. ¿Qué número tiene la ficha con la que se equivocó?

(a) 2 (b) 20 (c) 202 (d) 1002 (e) 2021

**Problema 32.** En una cuadrícula de $3 \times 3$, al inicio se ha escrito 0 en cada cuadrito. Un movimiento permitido es escoger cualquier cuadrícula de tamaño $2 \times 2$ contenida en la cuadrícula, y sumar 1 a cada uno de los cuadros de esa cuadrícula. En el ejemplo abajo se muestran 3 pasos posibles. Si al final la cuadrícula quedó como se muestra a la derecha, con algunos cuadros ocultos, ¿qué número quedó en el cuadrito que tiene $x$?



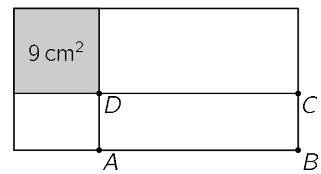




(a) 16 (b) 17 (c) 18 (d) 19 (e) 20

**Problema 33.** En una isla hay 20 personas que siempre dicen la verdad y 2000 personas que siempre dicen mentiras. Una hechicera forma 1010 parejas y le pregunta a cada una de las personas si su pareja es mentirosa o no. En total en 20 ocasiones se dijo que la pareja era mentirosa. ¿Cuántas parejas hay en las que ambas personas son mentirosas?

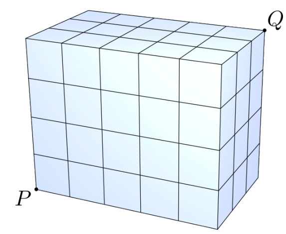
(a) 980 (b) 985 (c) 990 (d) 995 (e) 1000

**Problema 34.** El rectángulo de la figura tiene perímetro 30 cm y está dividido en 4 partes por una línea vertical y una horizontal de manera que la parte de arriba a la derecha es un cuadrado de área 9 cm$^2$. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo $ABCD$?



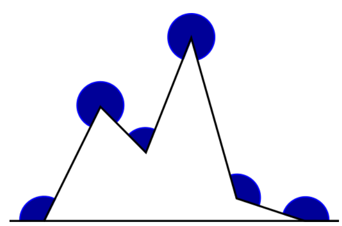

(a) 14 cm (b) 16 cm (c) 18 cm (d) 21 cm (e) 24 cm

**Problema 35.** El prisma de la figura está formado por 60 cubos idénticos de madera y tiene dimensiones de $3 \times 4 \times 5$. Una termita hace un túnel sobre la diagonal que va de $P$ a $Q$. Esa diagonal no intersecta los aristas de ningún cubo dentro del prisma. ¿Cuántos de los cubos del prisma atravesó la termita?



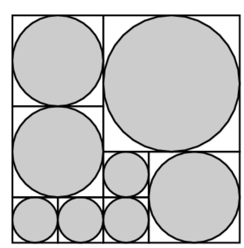

(a) 10 (b) 12 (c) 15 (d) 20 (e) 24

**Problema 36.** ¿Cuál es la suma de los 6 ángulos marcados en la figura?



(a) 360° (b) 900° (c) 1080° (d) 1120° (e) 1440°

**Problema 37.** Un cuadrado de área 1 está partido en cuadrados más pequeños, como se muestra en la figura. En cada uno de los cuadrados pequeños está inscrito un círculo. ¿Cuál es el área sombreada?



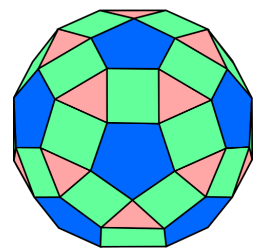
(a) $\frac{8\pi}{9}$ (b) $\frac{13\pi}{16}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ (e) depende de los tamaños de los círculos

**Problema 38.** La función $f$ satisface $f(x+y) = f(x)\cdot f(y)$ y $f(1) = 2$. ¿Cuánto vale

$$\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \cdots + \frac{f(2021)}{f(2020)}\,?$$

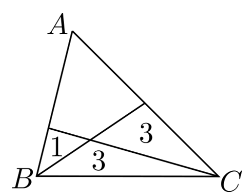
(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 2020 (e) ninguna de las anteriores

**Problema 39.** El sólido que se muestra en la figura de la derecha tiene 12 caras en forma de pentágono regular. Las otras caras son triángulos equiláteros o cuadrados. Cada cara en forma de pentágono está rodeada por 5 cuadrados y cada cara triangular está rodeada por 3 cuadrados. Si se escribe 5 dentro de cada cara pentagonal, 4 en cada cara cuadrada y 3 en cada cara triangular, ¿cuál es la suma de todos los números escritos?



(a) 120 (b) 240 (c) 400 (d) 800 (e) 1200

**Problema 40.** Un triángulo $ABC$ está dividido en 4 partes por dos líneas rectas, como se muestra. Las áreas de los triángulos más pequeños son 1, 3 y 3. ¿Cuál es el área del triángulo ABC?




(a) 12 (b) 12.5 (c) 13 (d) 13.5 (e) 14

**Problema 41.** Luis quiere escribir números de cuatro cifras que utilicen cuatro dígitos consecutivos en orden ascendente de izquierda a derecha. ¿Cuántos números distintos podrá escribir Luis?

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

**Problema 42.** Pablo está jugando con 25 palitos de madera, cada uno con una longitud de 10 cm. Acomoda las palitos como se muestra en la figura. Cuando pone dos palitos juntos cuida que la distancia en la que coinciden sea siempre la misma.

La longitud total de la figura es de 1.9 metros. ¿Cuál es la medida en la que coinciden dos palitos que están juntos?

(a) 2.4 cm (b) 2.5 cm (c) 3 cm (d) 4.8 cm5 (e) 5 cm

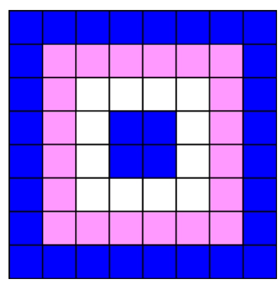
**Problema 43.** Una jarra se llena con agua hasta la quinta parte de su capacidad y pesa 560 gr. La misma jarra se llena hasta completar cuatro quintas partes de su capacidad y pesa 740 gr. ¿Cuánto pesa la jarra vacía?

(a) 60 gr (b) 112 gr. (c) 180 gr. (d) 300 gr. (e) 500 gr.

**Problema 44.** Un chocolate rectangular está dividido en cuadrados iguales. Víctor corta dos tiras completas de cuadrados y se queda con los 12 cuadrados de esas tiras. Isabel corta una tira de cuadrados completa del chocolate restante y se queda con los 9 cuadrados que forman esa tira. ¿Cuántos cuadrados de chocolate quedan en la barra?

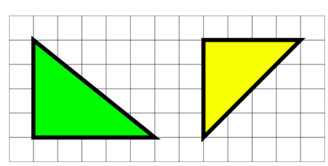
(a) 72 (b) 63 (c) 54 (d) 45 (e) 36

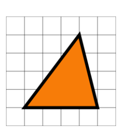
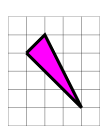
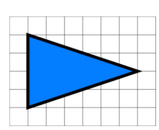
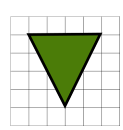
**Problema 45.** Ana coloreó la cuadrícula de $8 \times 8$ con tres colores como se muestra en la figura. Después eligió dos de los colores, contó cuantos cuadritos había de cada uno y dividió una cantidad entre la otra. ¿Cuál es la menor cantidad que pudo obtener?



(a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{5}{16}$ (c) $\frac{3}{8}$ (d) $\frac{3}{5}$ (e) $\frac{5}{8}$

**Problema 46.** Iliana dibujó tres triángulos en una hoja de un cuaderno cuadriculado. Exactamente dos de ellos tienen la misma área, exactamente dos son isósceles y exactamente dos son triángulos rectángulos. En la imagen se muestran dos de los triángulos que dibujó. ¿Cuál es el tercero?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) ninguno de ellos

**En los siguientes problemas deberás determinar la cantidad que se solicita. Los problemas que se incluyen aquí formaron parte del examen semifinal de la 35ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, que se aplicó en varios estados de la república. Al final encontrarás las respuestas.**

**Problema 47.** En un torneo de fútbol participaron 6 equipos: $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ y $F$. Cada equipo se enfrentó una vez a cada uno de los otros. El torneo se organizó en 5 rondas de manera que en cada ronda hubo tres partidos sucediendo simultáneamente. En cada una de las rondas se transmitió uno de los tres partidos de acuerdo a la tabla que se muestra (por ejemplo, en la ronda 1 el partido que se transmitió fue en el que se enfrentaron $A$ contra $B$). ¿En qué ronda se enfrentaron $D$ y $F$?

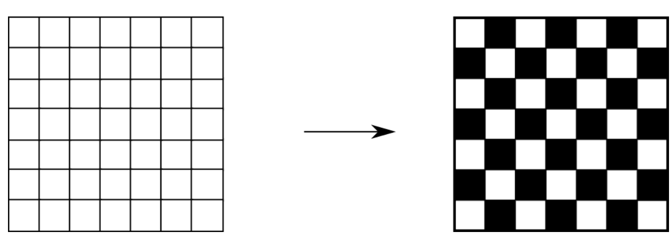
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $A-B$ | $C-D$ | $A-E$ | $E-F$ | $A-C$ |

**Problema 48.** En un grupo con 2021 personas, cada una tiene un número de lista del 1 al 2021. Si se sabe que cada una de las personas con número de lista del 1 al 2020 estrechó la mano de exactamente tantas personas del grupo como su número de lista, ¿con cuántas personas estrechó la mano la persona con número de lista 2021?

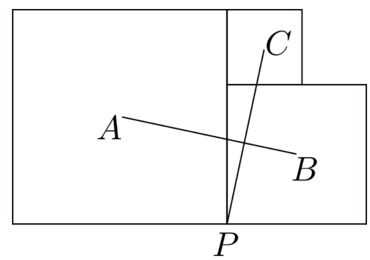
**Problema 49.**

Un número entero $n$ tiene 3 dígitos distintos de cero. Cuando se le resta el número $k$ formado por los mismos dígitos pero en el orden inverso, el resultado es un entero positivo cuya cifra de unidades es 6. ¿Cuánto vale $n-k$?

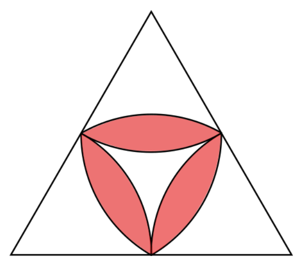
**Problema 50.** Se quiere convertir la cuadrícula de cuadros unitarios que se muestra a la izquierda en la cuadrícula que se muestra a la derecha. Se permite hacer la siguiente operación: *Escoger dos cuadros unitarios que compartan un lado, y cambiar el color de cada uno*, es decir, cada vez que se escoge uno blanco, ése se convierte en negro y viceversa. ¿Cuál es el mínimo número de operaciones necesarias para lograrlo?



**Problema 51.** En la figura, los cuadrados tienen centros $A$, $B$ y $C$. El punto $P$ es vértice común de los cuadrados con centros $A$ y $B$. Encuentre la razón $\frac{AB}{PC}$.



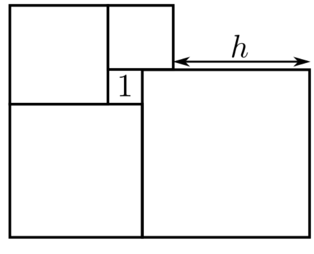

**Problema 52.** Con centro en los vértices y en los puntos medios de los lados de un triángulo equilátero de lado 4 se trazan arcos de círculo para formar la figura que se muestra. ¿Cuánto vale el área sombreada?



**Problema 53.** Encontrar el número de parejas de enteros positivos $x$ y $y$ tales que

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2}.$$

**Problema 54.** En la figura hay 5 cuadrados. Si el cuadrado más pequeño tiene área 1, ¿cuál es el valor de $h$?



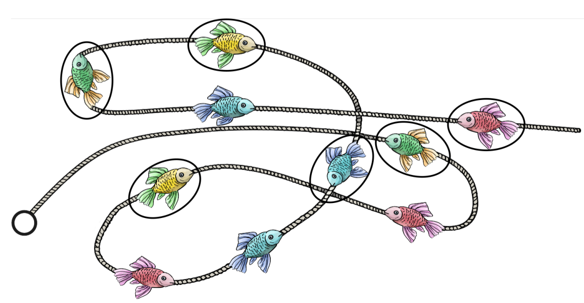
# Soluciones de los Problemas

**Solución 1.** La única que puede hacer es la que aparece en la opción (e). Las otras necesitarían 4 palitos cada una. La respuesta es (e).

**Solución 2.** El gatito ira sumando las cantidades $4, 1, 5, 2, 3$ en ese orden hasta sumar 20, como $4 + 1 + 5 + 2 + 3 + 4 + 1 = 20$, llegará a $D$. La respuesta es (d).

**Solución 3.** Sólo puede construir el cubo que se muestra en la opción (a) pues los demás necesitan dos ladrillos blancos. La respuesta es (a).

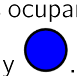
**Solución 4.** Cuente los peces que se señalan en la figura. La respuesta es (c).



**Solución 5.** Como los dígitos van creciendo, el dígito más pequeño de los cuatro es el de la izquierda y el más grande es el de la derecha. Si el dígito más pequeño es 1, el número sería 1234; si es 2, el número sería 2345; si es 3, el número sería 3456; si es 4, el número sería 4567; si es 5, el número sería 5678; si es 6, el

número sería 6789. El más pequeño no puede ser 7, porque el más grande tendría que ser más grande que 9 y eso ya no se puede. Por lo tanto puede escribir 6 números distintos. La respuesta es (b).

**Solución 6.** La suma de todas las tarjetas es $2+3+4+5+6=20$, de manera que la suma en cada caja debe ser 10. Entonces la suma de las tarjetas que acompañan a 4 debe ser 6. La única forma de lograrlo es con la tarjeta que lleva el 6. La respuesta es (e).

**Solución 7.**  está en el cuadro 1;  debe estar en el cuadro 2 porque no está en el cuadro 5 y las otras 3 calcomanías ocupan 3 lugares seguidos. Entonces  está en el cuadro 4 rodeada por  y . La respuesta es (d).

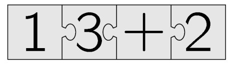
**Solución 8.** La figura se forma con 12 triángulos, 6 que son los picos y 6 en el centro. En el centro debería haber la misma cantidad de mosaicos que en los picos, es decir, $6 \times 4 = 24$. Como se ven 5, los faltantes son 19. La respuesta es (e).

**Solución 9.** Para terminar la carrera, Cangurín necesita hacer 12 saltos, mientras que papá Canguro sólo necesita 4. Entonces papá Canguro debe salir cuando le falten 4 saltos a Cangurín, es decir, 8 m, así que habrá avanzado 16 m. La respuesta es (c).

**Solución 10.** Como el rompecabezas está justo encima de la pelota, ocupan dos posiciones consecutivas, pero una de ellas no puede ser la 5 puesto que el muñeco está más arriba que la pelota; tampoco puede ser la 1 porque el carrito está debajo de la pelota. Entonces las posiciones del rompecabezas y la pelota deben ser 4-3 o 3-2. En cualquier caso, el estante 3 está ocupado por algún juguete que no es el libro. En cualquier otra posición sí puede haber quedado el libro, como se señala en la tabla. La respuesta es (c).

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | libro | muñeco | muñeco | muñeco |
| 2 | muñeco | libro | rompecabezas | rompecabezas |
| 3 | rompecabezas | rompecabezas | pelota | pelota |
| 4 | pelota | pelota | libro | carrito |
| 5 | carrito | carrito | carrito | libro |

**Solución 11.** Hay una única manera de juntar las piezas:



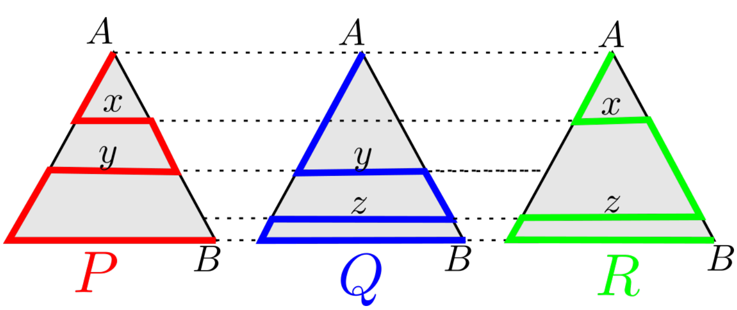

La respuesta es (b).

**Solución 12.** La elección debe hacerse en el siguiente orden:  de la caja 3,  de la caja 1,  de la caja 5,  de la caja 4,  de la caja 2. La respuesta es (e).

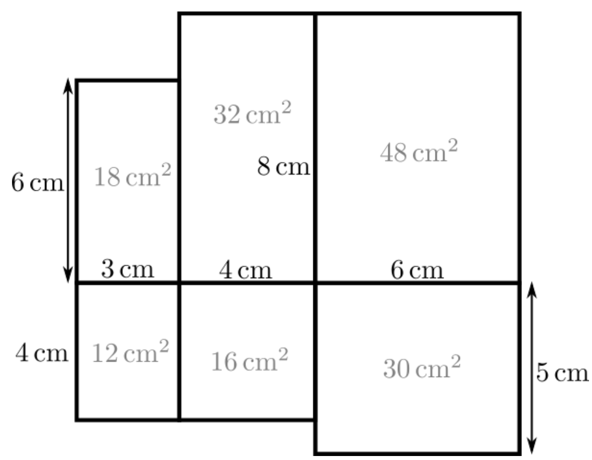
**Solución 13.** La diferencia entre el 27 y 6 es 21, y los números deben ir creciendo de abajo hacia arriba y de izquierda a derecha, de manera que el resultado es $27 + 21 = 48$. La respuesta es (c).

**Solución 14.** Los primeros 3 movimientos las tazas quedan hacia abajo; a los 6 movimientos quedan hacia arriba y a los 9 quedan hacia abajo. Después del décimo movimiento queda sólo la taza de la derecha hacia arriba. La respuesta es (b).

**Solución 15.** Las partes en los lados de los triángulos son todas iguales a la longitud de dos lados, así que basta comparar sólo las partes internas $x$, $y$ y $z$, marcadas en la figura, y entonces es claro que mientras más abajo están las líneas, la longitud es mayor: $x < y < z$. La respuesta es (a).



**Solución 16.** Podemos ir deduciendo las medidas de los lados de los rectángulos, obteniendo las medidas que se muestran en la figura. Empezamos por el de área $18 = 6 \times 3$, luego el de área $12 = 3 \times 4$, a continuación el de área $16 = 4 \times 4$, seguimos con el de área $32 = 4 \times 8$, luego el de área $48 = 8 \times 6$ y, finalmente, el de área $30 = 6 \times 5$. La respuesta es (a).




**Solución 17.** CABRA se codifica como $\spadesuit 1 - \diamondsuit 3 - \diamondsuit 4 - \heartsuit 3 - \diamondsuit 3$, COBRA como $\spadesuit 1 - \spadesuit 4 - \diamondsuit 4 - \heartsuit 3 - \diamondsuit 3$ y CERDO se codifica como $\spadesuit 1 - \clubsuit 3 - \heartsuit 3 - \clubsuit 4 - \spadesuit 4$. CUERVO no se puede codificar pues no hay $V$ en la tabla. La respuesta es (e).

**Solución 18.** Al fijarnos en las escaleras de la derecha, notamos que la diferencia entre el edificio más alto y el de en medio es de $48 - 36 = 12\,$m, pero esta misma diferencia es la longitud de las escaleras de la izquierda, así que la escalera más corta mide $32 - 12 = 20\,$m. La respuesta es (d).

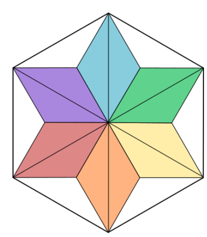
**Solución 19.** Comparando las básculas en los extremos, vemos que la pelota gris pesa $10 - 6 = 4\,$Kg. Entonces por la segunda báscula deducimos que cada pelota blanca pesa $(14 - 4)/2 = 5\,$Kg. (*Nota.* Podemos concluir también que la pelota negra pesa $2\,$Kg.) La respuesta es (c).

**Solución 20.** La suma de los números de arriba es $7+5+4+2+8+3+2 = 31$; la suma de los de abajo es $4 + 7 + 7 + 5 + 5 + 3 + 4 = 35$. Como la diferencia es $35 - 31 = 4$, entonces se debe girar una que tenga valor de 2 más abajo que arriba (así ambas sumas serán 33). La única que cumple esta propiedad es la quinta. La respuesta es (e).

**Solución 21.** Los números menores que 50 divisibles por 3 y 4 son: 12, 24, 36 y 48. Al agregar 6 a estos números obtenemos: 18, 30, 42 y 54. Sólo 42 es múltiplo de 7, así que la respuesta es 36. La respuesta es (d).

**Solución 22.** Notamos las partes sombreadas en cada dos sectores opuestos son las contrarias, de manera que justo la mitad de la figura está sombreada y la otra no. La respuesta es (e).

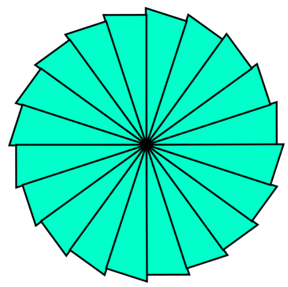
**Solución 23.** Trazando los segmentos que se muestran en la figura, el hexágono queda dividido en 18 triángulos iguales, todos de área $5/2\,\text{cm}^2$, de manera que el área buscada es $18 \cdot (5/2) = 45\,\text{cm}^2$. La respuesta es (e).



**Solución 24.** Los recipientes en los que la mitad de arriba es igual a la de abajo se llenan exactamente a la mitad de la altura. El recipiente en forma de cono tiene la parte de abajo más amplia que la de arriba, de manera que se llena a menos de la mitad de la altura. Al recipiente en forma de embudo le pasa lo contrario, es decir, medio litro de agua alcanza una altura por encima de la mitad, así que éste es el correcto. La respuesta es (a).

**Solución 25.** No estamos viendo 3 cubos. Hay 3 posibilidades: que los 3 sean del mismo color (que puede suceder de 3 formas diferentes), que 2 sean de un color y uno de otro (que puede suceder de 6 formas distintas), o que haya uno de cada color (que sólo puede suceder de una manera). En total hay 10 posibilidades. La respuesta es (c).

**Solución 26.** En cada triángulo, el más grande de los ángulos agudos mide $360^o/5 = 72^o$, así que el más pequeño mide $90^o - 72^o = 18^o$. La estrella tendrá $360^o/18^o = 20$ triángulos, y quedará como se muestra en la figura. La respuesta es (d).



**Solución 27.** Llamemos $c$ al número de respuestas correctas. Como Guadalupe obtuvo 100 de calificación, entonces $7c \geq 100$, de donde $c \geq 100/7 > 14$. Por otro lado, cada respuesta incorrecta resta 4 puntos y 100 es múltiplo de 4, así que $7c$ debe ser también múltiplo de 4, de donde, a su vez, $c$ es múltiplo de 4. También sabemos que el examen tuvo 20 preguntas, así que las únicas posibilidades para $c$ son $c = 16$ o $c = 20$. Claramente $c \neq 20$. Para $c = 16$, $7c = 112$, de donde tuvo 3 respuestas incorrectas y dejó 1 en blanco. La respuesta es (b).

**Solución 28.** Cada lado del cuadrado mayor mide 4 cm, de donde la base de cada triángulo mide $4 - 1 - 1 = 2$ cm, al tiempo que su altura mide $4/2 = 2$ cm. Luego, el área de cada triángulo es $(2 \times 2)/2 = 2\,\text{cm}^2$, así que podemos obtener el área de la flor restándole al área del cuadrado mayor las áreas de los cuatro cuadrados más pequeños y la de los cuatro triángulos. Así, el área buscada es $16 - 4(1) - 4(2) = 4\,\text{cm}^2$. La respuesta es (c).

**Solución 29.** Dado que cada rueda tiene 10 números y están en orden, al girar $180^\circ$, el 0 y el 5 se intercambian, y lo mismo ocurre con el 1 y el 6, con el 2 y el 7, con el 3 y el 8, y con el 4 y el 9. Por lo tanto el número 6348 se convierte en el 1893. La respuesta es (b).

**Solución 30.** Si Olga va a casa de Cristina pasando por casa de Julio, luego va a casa de Julio pasando por su propia casa y finalmente va de casa de Julio a su casa pasando por casa de Cristina, entonces habrá dado dos vueltas completas al lago y su recorrido habrá sido $1+7+5=13\,\text{Km}$ más que si hubiera dado sólo una vuelta completa al lago; deducimos así que la vuelta completa alrededor del lago es de 13 Km. Así el camino más corto tiene longitud $(13-7)/2=3$ Km (los otros caminos miden $(13-1)/2=6$ Km y $(13-5)/2=4$ Km. La respuesta es (c).

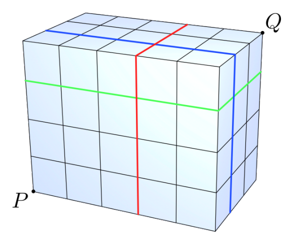
**Solución 31.** Notamos primero que cada 3 fichas debe repetirse el color; por ejemplo, la cuarta ficha debe tener el mismo color que la primera puesto que ambas llevan el color distinto que las fichas 2 y 3. Esto nos dice también que dos fichas llevan el mismo color si, y sólo si, sus números tienen el mismo residuo al dividirlos entre 3. Así las fichas con los números 2, 20 y 2021 deberían ser del mismo color (pues tienen residuo 2 al dividir entre 3). Como solamente una anotación es incorrecta, concluimos que es la que tiene el número 20. La respuesta es (b).

**Solución 32.** Notamos que cualquier cuadrícula de $2\times 2$ que se escoja abarca el cuadro central, de manera que al final hubo 47 operaciones. También notamos que el cuadro central superior (el que lleva 18) se escogió exactamente cuando se escogió cualquiera de los dos de las esquinas superiores, así que el número de elecciones de los cuadros superiores fue 18. Entonces los dos cuadros inferiores de $2\times 2$ se eligieron $47-18=29$ veces, pero, como el inferior izquierdo se escogió 13 veces, el inferior derecho (que lleva $x$) debe haberse escogido $29-13=16$ veces. La respuesta es (a).

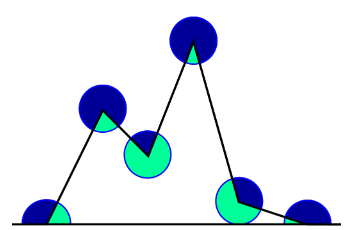
**Solución 33.** Las parejas pueden formarse por dos personas que mienten, dos que dicen la verdad o una de cada tipo. La única forma de escuchar que alguien es mentiroso es porque la pareja esté conformada por una persona que miente y otra que dice la verdad, en cuyo caso ambas personas serán llamadas mentirosas. Como se le llamó mentirosas a 20 personas, tenemos que había 10 parejas donde una persona dice mentiras y otra dice la verdad, así que las 1990 personas mentirosas que no participaron en esas parejas deben estar agrupadas entre ellas, dando un total de 995 parejas de este tipo. La respuesta es (d).

**Solución 34.** La suma del perímetro del cuadrado con la del perímetro de $ABCD$ es la misma que la del rectángulo original, es decir, 30 cm. Como el perímetro del cuadrado es $4\times 3=12\,\text{cm}$, entonces el perímetro de $ABCD$ es $30-12=18\,\text{cm}$. La respuesta es (c).

**Solución 35.** Para llegar de $P$ a $Q$ la termita debe atravesar 2 "paredes" hacia atrás, 4 "paredes" hacia la derecha y 3 "paredes" hacia arriba (en la figura se ha resaltado una "pared" en cada una de las direcciones). Cada vez que la termita cruza una pared, cambia de cubo, así que en total pasará por $1+2+3+4=10$ cubos. La respuesta es (a).




**Solución 36.** Al completar los ángulos, como se muestra en la figura, la suma es $4 \times 360° + 2 \times 180° = 10 \times 180°$. Sin embargo, los ángulos agregados son los interiores a un polígono de 6 lados, así que su suma es $4 \times 180°$, de manera que la suma buscada es $(10-4) \times 180° = 6 \times 180° = 1080°$. La respuesta es (c).



**Solución 37.** La proporción del área sombreada en cada cuadrado es una constante, independiente de la dimensión del cuadrado, pues si el círculo tiene radio $r$, el cuadrado tiene lado $2r$ y la proporción de áreas es

$$\frac{\pi \cdot r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4}.$$

Esta misma proporción se guarda, así que el área sombreada es $\pi/4$. La respuesta es (d).

**Solución 38.** Escribiendo $y=1$ en la condición $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ tenemos que para toda $x$, $f(x+1) = f(x) \cdot f(1) = 2\,f(x)$, de donde $\frac{f(x+1)}{f(x)} = 2$.

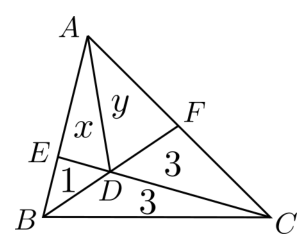
Entonces, sustituyendo $x = 1, 2, 3, \ldots, 2020$ tenemos

$$\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \cdots + \frac{f(2021)}{f(2020)} = 2 \times 2020 = 4040.$$

La respuesta es (e).

**Solución 39.** Cada cuadrado comparte lado con 2 pentágonos, así que el número de cuadrados es $\frac{12\times5}{2} = 30$. También, al lado de cada cuadrado hay 2 triángulos y cada triángulo comparte lado con 3 cuadrados, de manera que el número de triángulos es $\frac{30\times2}{3} = 20$. El número buscado es $12 \times 5 + 4 \times 30 + 3 \times 20 = 240$. (Nota: Observamos que este número cuenta también el doble del número de aristas porque cada arista pertenece a dos caras.) La respuesta es (b).

**Solución 40.** Consideremos los puntos $D$, $E$ y $F$ como se muestra en la figura, y sean $x$ el área de $ADE$ y $y$ el área de $ADF$. A partir de los triángulos de área 3, tenemos que $BD = DF$, de manera que $x + 1 = y$. Análogamente, como el área de $BDC$ es el triple que el área de $BDE$, tenemos que $DC = 3DE$, y entonces $3x = y + 3$. Resolvemos entonces el sistema: $3x = y + 3 = (x + 1) + 3 = x + 4$ y entonces $2x = 4$, de donde $x = 2$ y así $y = x + 1 = 2 + 1 = 3$. El área de $ABC$ es $1 + 3 + 3 + 2 + 3 = 12$. La respuesta es (a).

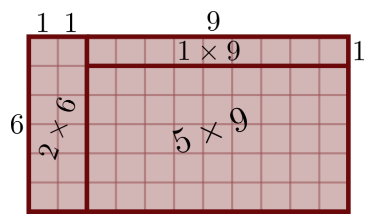



**Solución 41.** Como los dígitos van creciendo, el dígito más pequeño de los cuatro es el de la izquierda y el más grande es el de la derecha. Si el dígito más pequeño es 1, el número sería 1234; si es 2, el número sería 2345; si es 3, el número sería 3456; si es 4, el número sería 4567; si es 5, el número sería 5678; si es 6, el número sería 6789. El más pequeño no puede ser 7, porque el más grande tendría que ser más grande que 9 y eso ya no se puede. Por lo tanto puede escribir 6 números distintos. La respuesta es (b).

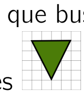
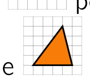
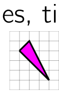
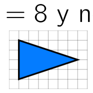
**Solución 42.** Si se ponen los palitos pegados formando una fila, sin traslapes, la fila mediría $25 \cdot 10 = 250$ cm, así que la suma de todos los traslapes es de $250 - 190 = 60$ cm. Hay 24 traslapes en total, así que cada uno de ellos mide $60/24 = 2.5$ cm. La respuesta es (b).

**Solución 43.** La segunda vez la jarra tenía $4/5 - 1/5 = 3/5$ de agua extra, y su peso se incrementó por $740 - 560 = 180$ gr, de manera que el agua que corresponde a llenar una quinta parte de la jarra pesa $180/3 = 60\,$gr. Así, la jarra pesa $560 - 60 = 500\,$gr. La respuesta es (e).

**Solución 44.** Cada una de las tiras que cortó Víctor tenían 6 cuadros, mientras que la tira que cortó Isabel tenía 9 cuadros. La única forma en que esto pudo suceder es que el chocolate tenga la forma que se muestra en la figura, por lo que el total de cuadrados de chocolate que quedan es igual a $5 \times 9 = 45$. La respuesta es (d).




**Solución 45.** La menor cantidad se obtiene contando los cuadritos del color que abarca menos superficie, que es el blanco, y dividiendo ese número entre el número de cuadritos del color que abarca la mayor superficie, que es el azul. Así, el resultado es $12/32 = 3/8$. La respuesta es (c).

**Solución 46.** Como los dos triángulos que se muestran son rectángulos, sus áreas son $5 \cdot 4/2 = 10$ y $4 \cdot 4/2 = 8$, y sólo uno es isósceles, el triángulo que buscamos debe ser isósceles, no rectángulo y de área 8 o 10. La respuesta es  porque es isósceles, tiene área $4 \cdot 4/2 = 8$ y no es rectángulo, mientras que  no es isósceles,  es rectángulo y  tiene área $\frac{4 \cdot 6}{2} = 12$. La respuesta es (d).

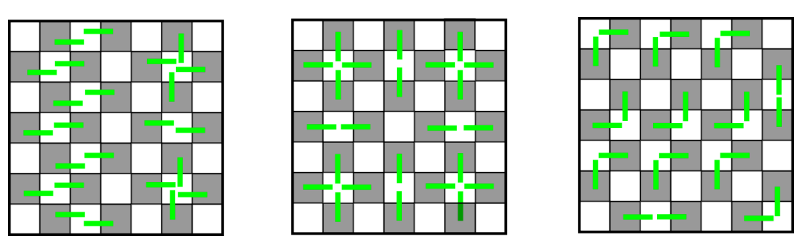
**Solución 47.** Debemos llenar la tabla cuidando que un equipo no juegue dos veces en una misma ronda. Los partidos que incluyen a $A$ y que hacen falta anotar son $A-D$ y $A-F$, que solamente pueden estar en las rondas 4 y 2, respectivamente. Luego, en la ronda 2 el partido faltante debe ser $B-E$, y en la ronda 4 el partido que falta de anotar es $B-C$. Los partidos que incluyen a $E$ y que hacen falta anotar en este momento son $C-E$ y $D-E$, que solamente pueden estar en las rondas 1 y 5, respectivamente. En la ronda 1 hace falta sólo un partido, que es el encuentro entre $D$ y $F$, y en la ronda 5 falta anotar el partido $B-F$. A partir de ahí podemos completar todas las rondas de la tabla, como se muestra en la figura y vemos que $D$ y $F$ se enfrentaron en la ronda 1. La respuesta es (1).

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $A-B$ | $C-D$ | $A-E$ | $E-F$ | $A-C$ |
| $C-E$ | $A-F$ | $B-D$ | $A-D$ | $D-E$ |
| $D-F$ | $B-E$ | $C-F$ | $B-C$ | $B-F$ |

**Solución 48.** La persona 2020 saludó a todas, de manera que saludó a la que tenía el número de lista 2021 y también a la que tenía el 1, y entonces la que tenía el 1 sólo la saludó a ella. De la misma manera, la persona con número 2019 estrechó la mano de todas menos de la que tenía el número 1 y entonces la persona 2 estrechó la mano sólo de las personas 2020 y 2019. Así sucesivamente, vemos que la persona 2021 saludó a 1010 (que son las personas con números de lista de 1011 a 2020). La respuesta es (1010).

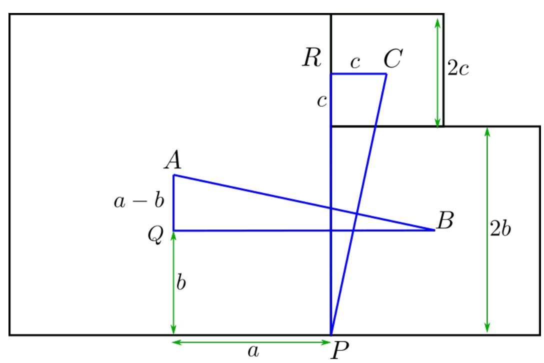
**Solución 49.** Digamos que $n=\overline{abc}=100a+10b+c$, con $a>c$. Entonces $k=100c+10b+a$, de donde $n-k=99\,(a-c)$. Así, $(a-c)$ multiplicado por 9 debe terminar en 6 y, como $a-c$ es dígito, tenemos que $a-c=4$. Entonces $n-k=99\cdot 4=396$. La respuesta es (396).

**Solución 50.** Como hay 24 cuadros negros y no hay dos que compartan un lado, al menos se necesitan 24 movimientos. Veamos que 24 son suficientes. Para eso, en la figura señalamos en cada cuadrado una posibilidad con 24 operaciones poniendo pequeñas líneas entre parejas de cuadros cada vez que esa pareja se elige para hacer la operación.

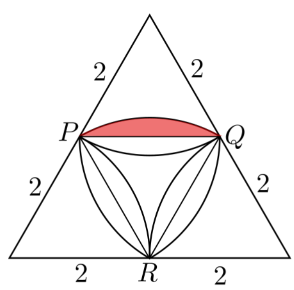


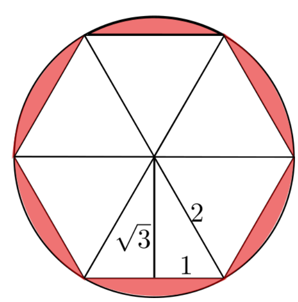
La respuesta es (24).

**Solución 51.** Tracemos paralelas a los lados de los cuadrados para formar triángulos rectángulos $AQB$ y $CRP$, como se muestra en la figura. Bastará probar que estos triángulos son congruentes para concluir que $AB = PC$. Si el lado del cuadrado con centro en $A$ tiene lado $2a$, el cuadrado con centro en $B$ tiene lado $2b$ y el cuadrado con centro en $C$ tiene lado $2c$. Tenemos así que $2a = 2b + 2c$, de donde $a = b + c$ y entonces $|AQ| = a - b = c = |CR|$, y $|RP| = c + 2b = (a - b) + 2b = a + b = |QB|$, y entonces los triángulos rectángulos $AQB$ y $CRP$ son congruentes por el criterio LAL, como queríamos probar. La respuesta es (1).




**Solución 52.** Llamemos $a$ al área sombreada de la figura de la izquierda. Buscamos calcular $6a$. Notamos que en el círculo que se muestra a la derecha, el área sombreada también es $6a$, porque se obtiene al pegar 6 triángulos equiláteros como $PQR$, y agregarle un casquete a cada uno.




El área total del círculo es $4\pi 2^2 = 4\pi$. El área de cada triángulo equilátero de lado 2 es $\frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ porque, por el teorema de Pitágoras, su altura es $\sqrt{3}$. Así $6a = 4\pi - 6\sqrt{3}$. La respuesta es $(4\pi - 6\sqrt{3})$.

**Solución 53.** Multiplicamos la ecuación por $2xy$ para obtener: $2y + 6x = xy$. Ahora reescribimos la ecuación como $xy - 6x - 2y = 0$. Sumando 12 a ambos lados de la ecuación podemos escribir

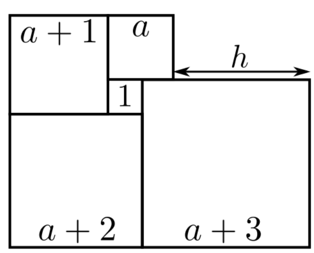
$$(x-2)(y-6) = 12.$$

Por otro lado, como $\frac{3}{y} > 0$, entonces $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$, de donde $x > 2$ y así $x - 2 > 0$. Análogamente, $\frac{3}{y} < \frac{1}{2}$, y así $y - 6 > 0$. Tenemos entonces 6 posibilidades para las parejas $(x, y)$, dadas por las siguientes posibilidades de factorizar 12:

| $x-2$ | $y-6$ | $(x,y)$ |
|---|---|---|
| 1 | 12 | $(3,18)$ |
| 2 | 6 | $(4,12)$ |
| 3 | 4 | $(5,10)$ |
| 4 | 3 | $(6,9)$ |
| 6 | 2 | $(8,8)$ |
| 12 | 1 | $(14,7)$ |

La respuesta es (6).

**Solución 54.** Llamemos $a$ al lado del cuadrado que está encima del más pequeño. Los lados de los otros cuadrados serán $a+1$, $a+2$ y $a+3$, según se indica en la figura. Notamos que la longitud horizontal de la figura se puede calcular como $(a+1)+a+h$ pero también como $(a+2)+(a+3)$. Al igualar éstas tenemos $h = (a+2+a+3) - (a+1+a) = 4$. La respuesta es (4).



# Concentrado de Respuestas

1. (e)
2. (d)
3. (a)
4. (c)
5. (b)
6. (e)
7. (d)
8. (e)
9. (c)
10. (c)
11. (b)
12. (e)
13. (c)
14. (b)
15. (a)
16. (a)
17. (e)
18. (d)
19. (c)
20. (e)
21. (d)
22. (e)
23. (e)
24. (a)
25. (c)
26. (d)
27. (b)
28. (c)
29. (b)
30. (c)
31. (b)
32. (a)
33. (d)
34. (c)
35. (a)
36. (c)
37. (d)
38. (e)
39. (b)
40. (a)
41. (b)
42. (b)
43. (e)
44. (d)
45. (c)
46. d
47. 1
48. 1010
49. 396
50. 24
51. 1
52. $4\pi - 6\sqrt{3}$
53. 6
54. 4

# Información de Contacto

**Olimpiada Mexicana de Matemáticas:**
Cubículo 201, Departamento de Matemáticas
Circuito Exterior, Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad Universitaria
Colonia Copilco, Código Postal 04510, Delegación Coyoacán
Ciudad de México
Teléfono: (55) 5622-4864
Fax: (55) 5622-5410
Correo electrónico: `omm@ciencias.unam.mx`
Sitio Web: `http://www.ommenlinea.org/`

¡Síguenos en Facebook y en Twitter!

## Comité Organizador de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Rogelio Valdez Delgado
(Presidente)

Ignacio Barradas Bribiesca

David Cossío Ruíz

José Eduardo Cazares Tapia

Marco Antonio Figueroa Ibarra

Leonardo Ariel García Morán

José Antonio Gómez Ortega

María Eugenia Guzmán Flores

Myriam Hernández Ketchul

Leonardo Martínez Sandoval

Mónica Mateos Cisneros

María Luisa Pérez Seguí

Olga Rivera Bobadilla

Rosa Victoria Rodríguez Olivé

Carlos Jacob Rubio Barrios

María Guadalupe Russell Noriega

Maximiliano Sánchez Garza

David Guadalupe Torres Flores

Enrique Treviño López

Hugo Villanueva Méndez.