

## Examen Semifinal 2004

Tiempo límite: 4 horas.

Escribe todos los razonamientos.

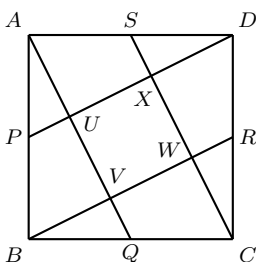
No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de las preguntas del examen.

**Problema 1.** En un pizarrón están escritos todos los enteros del 1 al 10,000, en orden. Se borran los múltiplos de 5 y después todos los múltiplos de 11. De los números que quedan sin borrar, ¿cuál queda en la posición número 2004?

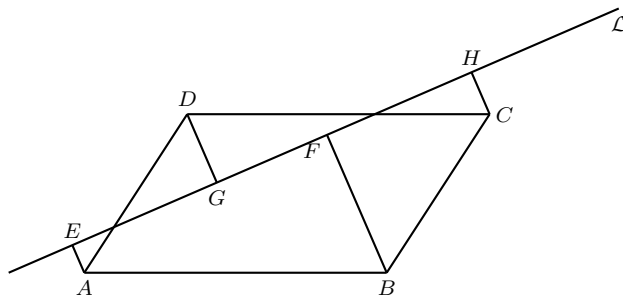
**Problema 2.** En un cuadrado  $ABCD$  de lado 1,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$  son los puntos medios de los lados como se muestra en la figura. Las rectas  $AQ$ ,  $BR$ ,  $CS$  y  $DP$  determinan el cuadrilátero  $UVWX$ . Calcula el ángulo  $UVW$  y el área del cuadrilátero.



**Problema 3.** La suma de 5 enteros positivos es 100. ¿Cuál es la mayor diferencia que pueden tener los dos más cercanos?

**Problema 4.** En una granja rectangular cuadriculada de  $20 \times 12$  hay perros, gatos y caballos. Los perros ocupan corrales cuadrados de  $2 \times 2$ , los gatos ocupan corrales cuadrados de  $1 \times 1$  y los caballos ocupan regiones de área 10 (sin importar la forma, pero formados por 10 cuadrados pegados entre sí, de manera que el caballo pueda recorrer todo su espacio sin salirse del corral). Los corrales comparten las bardas pero los perros no pueden estar en corrales pegados (ni siquiera por una esquina) a los de los caballos. Si se sabe que hay el mismo número  $n$  de perros que de caballos, ¿qué es lo máximo que puede valer  $n$ ?

**Problema 5.** En la figura  $ABCD$  es un paralelogramo,  $\mathcal{L}$  es una recta que corta los lados  $AD$  y  $CD$  del paralelogramo;  $E$ ,  $F$ ,  $G$  y  $H$  son puntos de la recta  $\mathcal{L}$  tales que  $AE$ ,  $BF$ ,  $DG$  y  $CH$  son todos perpendiculares a  $\mathcal{L}$ ,  $AE = 4$ ,  $GD = 7$  y  $CH = 5$ . ¿Cuánto mide  $BF$ ?



**Problema 6.** En cada una de las caras de un cubo se escribió un número entero positivo y a cada uno de los vértices del cubo se le asignó el producto de los números que aparecían en las caras adyacentes al vértice. Si la suma de los números asignados a los vértices es 70, ¿cuál es la suma de todos los números que aparecen en las caras?