

## Examen Semifinal 2005

*Tiempo límite: 4 horas.*

*Escribe todos los razonamientos.*

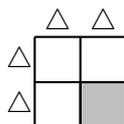
*No puedes usar calculadora.*

*Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.*

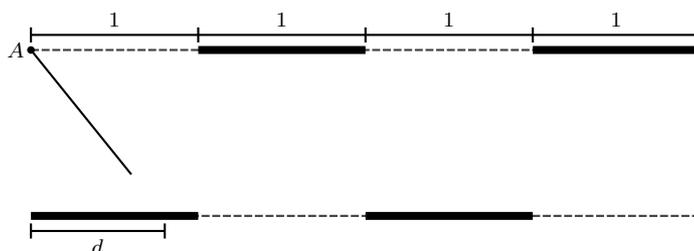
*Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de las preguntas del examen.*

**Problema 1.** En la lista de 6 números  $a, b, c, d, e, f$  cada uno es la suma de los anteriores a él (por ejemplo  $d = a + b + c$ ). Si  $f = 7392$ , ¿cuánto vale  $a$ ?

**Problema 2.** Dos personas  $A$  y  $B$  juegan alternando turnos y moviendo fichas dentro de las casillas del tablero que muestra la figura. Al principio las fichas están fuera del tablero (marcadas con  $\triangle$  en la figura). En cada turno el jugador debe mover una ficha hacia la derecha o hacia abajo a una casilla desocupada. En el momento que una ficha llega a la casilla sombreada el juego termina. Si en ese momento el número de fichas dentro del tablero es par entonces gana  $A$ ; si es impar entonces gana  $B$ . Considerando que  $A$  juega primero y que los dos jugadores juegan apropiadamente (buscando el triunfo), ¿cuál de ellos ganará?



**Problema 3.** Una pelota rebota en las paredes marcadas con líneas gruesas en la figura y las distancias son todas de un metro como se indica.

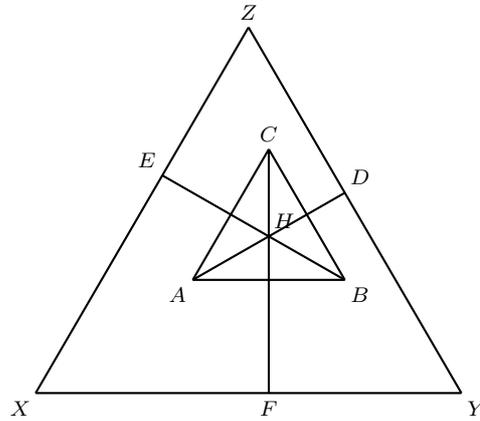


La pelota sale del punto  $A$  hacia un punto a distancia  $d$  de la orilla de la primera pared. ¿Cómo debe ser  $d$  para que la pelota toque todas las paredes. (Recuerda que los rebotes de una pelota en una pared obedecen la siguiente regla: el ángulo de entrada es igual al de salida como indica el esquema)



**Problema 4.** Encuentra todos los enteros positivos  $n$  que satisfacen las tres condiciones siguientes:  
 (i) la suma de las cifras de  $n$  es 18,  
 (ii)  $n + 3600$  es un cuadrado perfecto y  
 (iii)  $n < 2005$ .

**Problema 5.** En el triángulo equilátero  $ABC$  cada lado mide 2. Las alturas del triángulo se intersectan en el punto  $H$  y la distancia de  $H$  a cada lado es  $k$ . El triángulo  $XYZ$  tiene lados paralelos a  $ABC$  y las rectas  $AH$ ,  $BH$  y  $CH$  cortan a los lados de  $XYZ$  en  $D$ ,  $E$  y  $F$ , respectivamente. Si  $HD = 2k$ ,  $HE = 3k$  y  $HF = 4k$ , ¿cuánto mide el lado del triángulo  $XYZ$ ?



**Problema 6.** ¿Cuántos caminos hay del punto  $A$  al punto  $B$  siguiendo las líneas de la figura si las direcciones permitidas son  $\rightarrow, \nearrow, \searrow, \swarrow, \nwarrow$  (es decir, cualquier sentido está permitido salvo  $\leftarrow$ ) y no se permite pasar dos veces por el mismo punto.

