

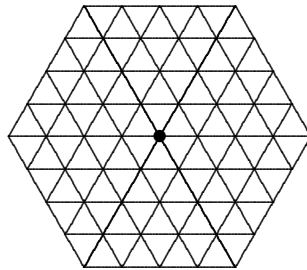
Etapa Semifinal Estatal de la 24^a Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2010

Tiempo límite: 4 horas. Escribe todos los razonamientos. No puedes usar calculadora. Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas. Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

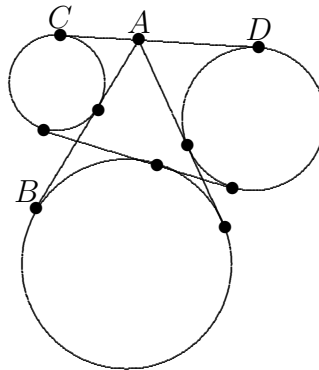
1. Se tienen 6 pelotas rojas (iguales entre sí), 5 pelotas azules (iguales entre sí) y dos cajas abiertas, una de ellas negra y la otra blanca. Desde lejos se lanzan las pelotas hacia las cajas. Algunas pueden caer dentro de la caja blanca, otras dentro de la negra y otras fuera de las cajas. ¿Cuántos resultados son posibles? (por ejemplo, un resultado posible es que en la caja negra queden 3 pelotas rojas y ninguna azul, que en la caja blanca queden 2 rojas y 3 azules y que fuera de las cajas queden 1 roja y 2 azules).

2. Encuentra 5 enteros positivos diferentes tales que el producto de cualesquiera dos de ellos sea múltiplo de cada uno de los demás.

3. La figura representa una telaraña en la que cada segmento mide 1. La araña se encuentra en el centro y quiere llegar a la orilla caminando por los lados de los triángulos y usando sólo 4 segmentos en total. ¿Cuántos caminos distintos puede seguir?



4. En la figura las rectas son tangentes a las circunferencias en los puntos indicados. Calcula $|CD|$ si se sabe que $|AB| = 10$. (¿Es importante el tamaño de los círculos?)



5. En una fila hay 6 fichas. Cada ficha tiene una cara negra, N , y la otra blanca, B . Al principio se encuentran en la posición: $NBNBNB$. Lulú puede hacer lo siguiente tantas veces como quiera: Escoge dos fichas y las voltea (por ejemplo, si se escoge la primera y la cuarta, las fichas quedan en la posición $BBNNNB$; si luego escoge la primera y la sexta, entonces la nueva posición es $NBNNNN$). Haciendo esto, ¿cuántas posiciones distintas puede lograr?

6. En un triángulo equilátero ABC de lado 2 se prolonga el lado AB hasta un punto D de manera que B sea punto medio de AD . Sea E un punto sobre AC de manera que $\angle ADE = 15^\circ$ y se toma un punto F sobre AB de manera que $|EF| = |EC|$. Determina el área del triángulo AFE .