

Etapa Semifinal Estatal de la 29ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2015

Tiempo límite: 4 horas.

Escribe todos los razonamientos.

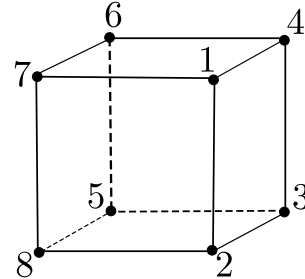
No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

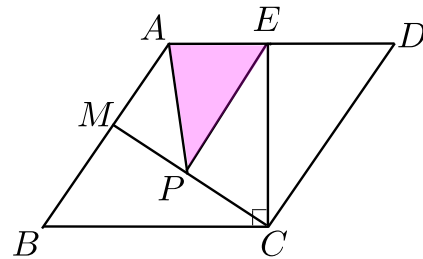
Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

1. Tres números enteros x, y, z entre 1 y 9 se juntan como dígitos para formar los números yx , yz y xz (por ejemplo, si $x = 5$ y $y = 1$, entonces yx es el número quince). La suma de estos nuevos números es el número xyz de tres dígitos. Determinar todas las posibilidades para x, y y z .

2. Sabemos que por tres puntos cualesquiera no alineados en el espacio hay un único plano que los contiene. ¿Cuántos planos distintos determinan las tercias de vértices de un cubo? (Por ejemplo, en el cubo de la derecha, la tercia de vértices $\{1, 2, 3\}$ determina el mismo plano que la tercia $\{1, 3, 4\}$ pero la tercia $\{3, 6, 8\}$ determina un plano distinto.)



3. El paralelogramo $ABCD$ de la derecha tiene área 20 y cada lado mide 5 (es decir, es un rombo); M es punto medio de AB , P es punto medio de MC y E es el punto donde la perpendicular a BC por C corta a AD . ¿Cuánto vale el área de APE ?



4. Se escriben en el pizarrón 5 números enteros positivos (no necesariamente distintos) y se calculan todas las posibles sumas de parejas de estos números. Los únicos resultados que se obtienen son 31, 38 y 45 (algunos de ellos, varias veces). ¿Cuáles son los 5 números?

5. La estrella de la figura está formada por 99 triángulitos. El número total de vértices (marcados con \bullet) es 73. Se desea sombrear algunos triángulitos de manera que cada vértice quede en algún triángulito sombreado. ¿Cuál es el mínimo número de triángulitos que deben sombreadarse.

