Proceso IMC 2019-2020

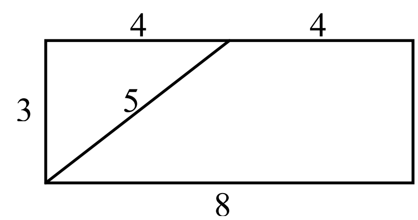
# Entrenamiento 1, Examen 1

Agosto 2019, Oaxaca

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

**Problema 1.** ¿Cuántos números capicúas de cuatro cifras son múltiplos de 9?

**Problema 2.** Juan intenta 20 tiros con un 55% de canastas acertadas. Luego intenta 5 tiros más y su efectividad sube a 56% de canastas encestadas. ¿Cuántos de los últimos 5 acertó?




**Problema 3.** Cortamos un rectángulo de lados 3 y 8 en dos piezas, como se observa en la figura. Con estas dos piezas, las acomodamos para formar un triángulo rectángulo. ¿Cuál es el perímetro de la nueva figura?

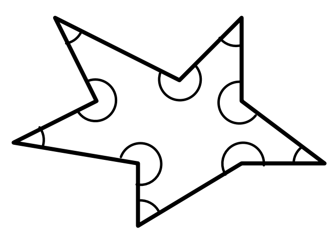
**Problema 4.** Cinco coches realizan el mismo recorrido:

- El coche A hace todo el recorrido a 60 km/h.
- El coche B hace la mitad a 40 km/h y la otra mitad a 80 km/h.
- El coche C hace dos tercios a 90 km/h y un tercio a 30 km/h.
- El coche D hace un tercio a 90 km/h y dos tercios a 30 km/h.
- El coche E hace un cuarto a 100 km/h y tres cuartos a 20 km/h.

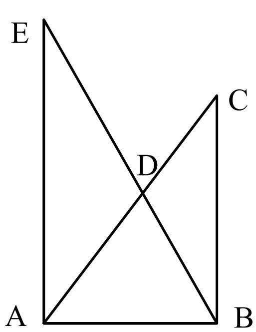
¿Qué coche tardó menos?

**Problema 5.** Al primer entrenamiento IMC 2020 en Oaxaca asistieron 19 niños y niñas de Nivel 1, 20 niños y niñas de Nivel 2, y 19 niños y niñas de nivel 3. Se quieren acomodar en una fila de manera que entre dos participantes del mismo nivel haya la misma cantidad de participantes en medio. ¿De cuántas maneras pueden hacer esto?

**Problema 6.** El número 1728 es un cubo perfecto. ¿Cuál es el menor natural positivo que, al multiplicar por 1728, nos da un cuadrado perfecto?



**Problema 7.** Multiplicamos el producto de tres números consecutivos por la suma de los tres. ¿Cuál es el mayor número que siempre divide al resultado?



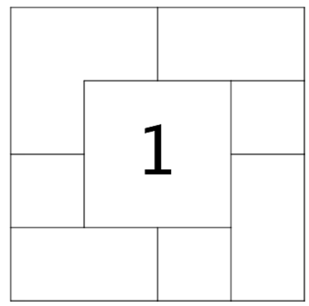

**Problema 8.** ¿Cuánto suman los ángulos interiores de esta estrella pentagonal?

**Problema 9.** Un número $abcd$ de cuatro cifras es “ascendente” si $a < b < c < d$. ¿Cuántos números ascendentes son múltiplos de 11?

**Problema 10.** En la figura que te mostramos, las rectas $AE, BC$ son paralelas y ambas perpendiculares a $AB$. Si $AB = 4, BC = 6, AE = 8$, ¿cuál es la diferencia entre las áreas de los triángulos $ADE, BDC$?

**Problema 11.** Julián visita a su abuela Rosario cada 5 días. La otra nieta de rosario, Lucía, la visita cada 7 días. Rosario siempre hace galletas cuando algún nieto la visita. Si el día 31 de diciembre de 2018 fueron las dos a visitarla, ¿cuántas veces hará galletas Rosario para sus nietas en 2019?

**Problema 12.** Ocho tapetes cuadrados de $2\times2$ se colocaron en el piso de una habitación de $8\times8$, como se muestra en la figura. Los lados de los tapetes quedaron paralelos a los lados de la habitación, pero algunos tapetes quedaron encima de otros. Un pedazo de cada tapete es visible en la siguiente imagen:



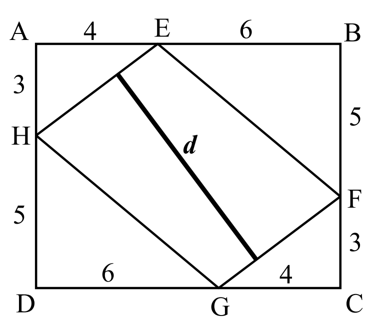

Escribe en cada uno el número que corresponde al orden (inverso) en que se colocaron. Ya está colocado el 1, que es el último tapete que se puso en el piso.

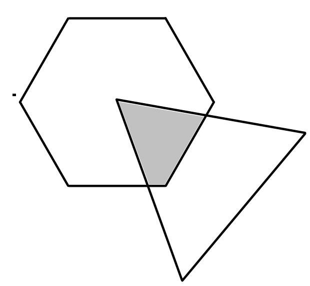
**Problema 13.** Zaira tiene cartas numeradas con los enteros positivos 1, 2, 3, 4, … Le entrega una carta a Xavier y una carta a Yareli, y les dice que sus números son consecutivos. Luego, tienen la siguiente conversación:

Xavier: No sé qué número tiene Yareli.
Yareli: No sé qué número tiene Xavier.
Xavier: Ya sé cuál es el número de Yareli.
Yareli: Ya sé cuál es el número de Xavier.

Con esta conversación, podemos conocer uno de los dos números que entregó Zaira. ¿Cuál es?

**Problema 14.** En la figura, $ABCD$ es un rectángulo y $EFGH$ es un paralelogramo. El segmento marcado $d$ es perpendicular a $HE, FG$. ¿Cuánto mide?



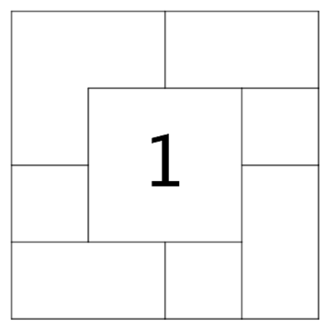
**Problema 15.** Uno de los vértices de un triángulo equilátero de área $16cm^2$ es el centro de un hexágono regular de área $24\ cm^2$. ¿Cuál es, en centímetros cuadrados, el área de la región sombreada?

Proceso IMC 2019-2020

Entrenamiento 1, Examen 1

Agosto 2019, Oaxaca

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12.   |
| 5. | |
| 6. | 13. |
| 7. | 14. |
| 8. | 15. |

Proceso IMC 2019 - 2020

# Entrenamiento 1, Examen 2

Agosto 2019, Oaxaca

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

**Problema 1.** ¿Cuántos pesos diferentes se pueden medir con una balanza de 2 platillos y una pesa de 1kg, otra de 3kg, y otra de 9kg?

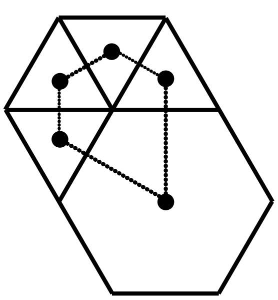
**Problema 2.** Un recipiente lleno de aceite pesa 35kg. Zizou usa la mitad del aceite y observa que ahora el peso es de 19kg. ¿Cuánto pesa el recipiente vacío?

**Problema 3.** Alma, Beto, Carlos, Diana, Elena y Fernando juegan futbol una tarde.
Alma metió tantos goles como Beto y Carlos juntos.
Beto metió tantos goles como Fernando, pero la mitad de goles que Diana.
Carlos metió un gol más que Elena, pero un gol menos que Fernando.
Si entre todos metieron 20 goles, ¿quién metió más goles?

**Problema 4.** Al número de tres dígitos $4a7$ se le suma el número 321 para dar como resultado el número de tres dígitos $7b8$. Si $7b8$ es divisible por 9, ¿cuánto vale $a + b$?

**Problema 5.** Encuentra el mayor número primo menor o igual a 100 que es la suma de dos números primos positivos.

**Problema 6.** Jack tiene una colección muy grande de tenis. Tiene unos tenis negros, unos negros con blanco, unos azules, unos blancos con negro, unos negros con dorado, unos morados, unos azules con negro, unos azules con rojo, unos verdes con negro y unos rosas con verde. ¿De cuántas maneras los puede acomodar en una fila si quiere que tenis que tengan el mismo color estén juntos?



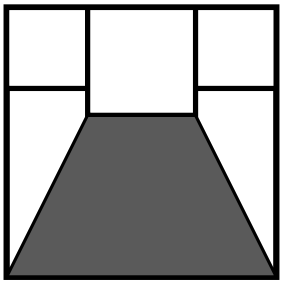
**Problema 7.** El número $6x993y$ es múltiplo de 72. Encuentra el valor de $x + y$.

**Problema 8.** A un hexágono regular se le han pegado cuatro triángulos equiláteros, como se muestra en la figura. Luego, se unieron los centros de la figura para formar un pentágono. Si el área del hexágono es de 72, ¿cuál es el área del pentágono, en las mismas unidades?

**Problema 9.** Si el número de 9 cifras $197\ 000\ 19d$ es primo, ¿cuál es el valor de $d$?

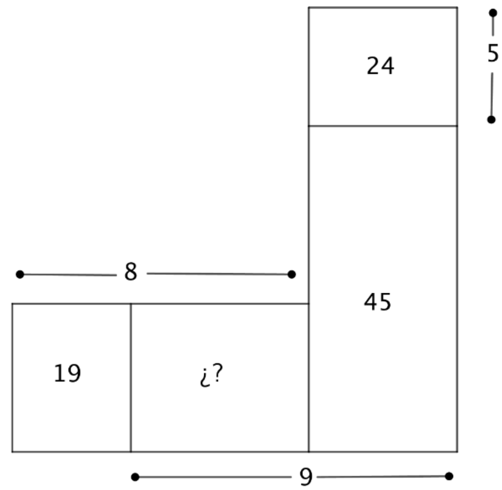
**Problema 10.** Un grupo de personas decide viajar a Europa y eligen tres países: Alemania, Francia y España. Al volver se muestran sus pasaportes y observan que: en 16 pasaportes está el sello de Alemania; en 16 pasaportes está el sello de Francia; en 11 el de España; en 5 el de Alemania y España; en 5 nada más el de España; en 8 nada más el de Francia; en 3 están los tres sellos. ¿Cuántos viajeros tienen nada más el sello de Alemania?

**Problema 11.** Se escriben todas las palabras que pueden hacerse con las letras de la palabra MEXICO. Si se orden alfabétiamente, ¿en qué posición está la palabra MEXICO?



**Problema 12.** Un cuadrado grande contiene tres cuadrados más pequeños de áreas 9, 9 y 16. ¿Cuál es el área, en las mismas unidades, de la región sombreada?

**Problema 13.** En la siguiente figura están marcadas las medidas de algunos de los lados en centímetros, y las medidas de algunas de las áreas en centímetros cuadrados. La figura no está a escala. Encuentra el valor del área que falta.




**Problema 14.** Yareli y Daniela invitaron a 4 parejas a cenar. Cada persona saludó de mano a las personas que no conocía antes. Al final, Yareli le preguntó a Daniela y a sus 8 invitados a cuántas personas saludó, y obtuvo 9 respuestas diferentes. ¿A cuántas personas saludó Daniela?

**Problema 15.** ¿Para cuántos números de tres dígitos $abc$ se cumple que $a + 4b + 7c$ es un múltiplo de 3?

Proceso IMC 2019 - 2020

# Entrenamiento 1, Examen 2

Agosto 2019, Oaxaca

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12. |
| 5. | 13. |
| 6. | 14. |
| 7. | 15. |
| 8. | |

Proceso IMC 2019 – 2020

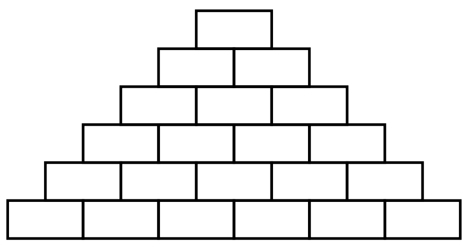
Entrenamiento 2, Examen 1

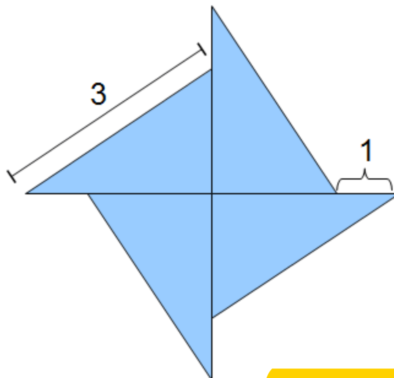
Octubre 2019

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

**Problema 1.** Hay 22 banderas acomodadas en línea recta, todas a la misma distancia. Al corredor más rápido le tomó 80 segundos llegar de la 1ra a la 8va bandera. Si mantiene su velocidad, ¿cuánto tiempo le tomará la carrera desde la 1ra hasta la 22va bandera?

**Problema 2.** Con ladrillos de 25 unidades de perímetro se construye una pirámide como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el perímetro de la figura?





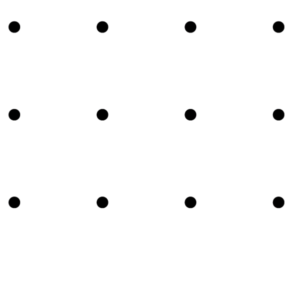

poner número de figura

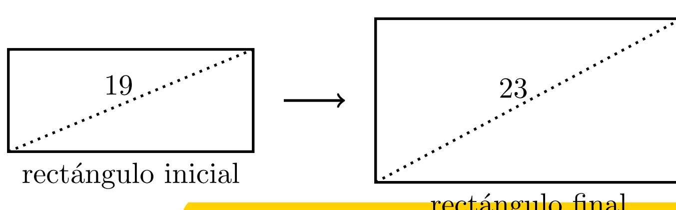
**Problema 3.** Los cuatro triángulos de la figura son iguales. ¿Cuál es el área de cada uno?

**Problema 4.** Falta un número de un dígito en el espacio vacío. ¿Cuál es?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 9 | 2 | 7 |
| 1 | 4 | 3 | 5 | |
| 8 | 0 | 2 | 8 | 1 |

**Problema 5.** ¿Cuántos cuadrados se pueden dibujar cuyos vértices están sobre los puntos de abajo? Cuéntalos todos.

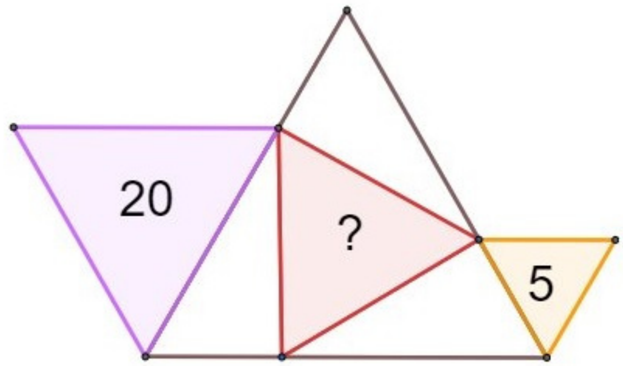





poner número de figura y hacer referencia a ella

**Problema 6.** Pedro dibuja un rectángulo cuya diagonal mide 19cm. Si la base y la altura del rectángulo de Pedro aumentan en 3cm, entonces la diagonal aumenta en 4cm. Calcule el perímetro del rectángulo original.

**Problema 7.** Los puntos marcados en el cuadrado son puntos medios. ¿Qué fracción está sombreada?




poner número a la figura

**Problema 8. Los cuatro triángulos de la figura son equiláteros. El triángulo inscrito corta a los lados del triángulo mayor en ángulos rectos.**

**Problema 9.** Daniela tiene ahora el doble de la edad que tenía Rebeca cuando Daniela tenía la edad que ahora tiene Rebeca. Si entre las edades de las dos suman 56 años, ¿cuántos años tiene Daniela?

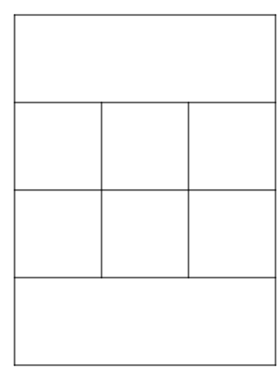
**Problema 10.** Escribe el número que mejor complete esta sucesión:

$$1, 5, 14, 30, \_\_\_$$

**Problema 11.** Acomoda 10 monedas en 5 líneas rectas de manera que cada línea recta pase por exactamente 4 monedas. (Las líneas rectas pasan por el centro de cada moneda.)

**Problema 12.** Tengo una planta mágica y un perro muy destructor. Cada vez que mi perro se come una flor, le crecen dos más y cada vez que le come una hoja le crecen dos hojas y una flor. Si al principio la planta tenía dos flores y dos hojas y mi perro se comió tres flores y cuatro hojas, ¿cuántas flores y hojas tiene al final?

**Problema 13.** Diana y Elisa juegan un juego: primero, su hermano Demian escribe los números 1, 1, 2. Por turnos, Diana y Elisa en ese orden escriben el siguiente número que es la suma de los tres anteriores en la lista. Después de 50 turnos de cada una, ¿cuántos pares ha escrito Elisa?



**Problema 14.** Los dígitos del 1 al 8 se acomodan en los espacios de la siguiente figura de manera que dos cuadros que comparten un vértice o una arista no pueden contener números consecutivos. Coloca los números para que cumpla la condición.

**Problema 15.** En una carretera de 1000km, los letreros sobre el camino indican tanto la distancia recorrida como la distancia faltante. El primer letrero es:

| | |
|---|---|
| 0 | 1000 |

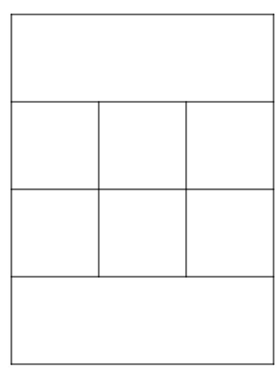
¿Cuántos letreros en el camino utilizan nada más 2 dígitos distintos?

Proceso IMC 2019 – 2020

## Entrenamiento 2, Examen 1

Octubre 2019

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12. |
| 5. | 13. |
| 6. | 14.  |
| 7. | |
| 8. | 15. |

Proceso IMC 2019 – 2020

Entrenamiento 2, Examen 2

Octubre 2019

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.
´Considerando el tipo de cambio del día de hoy se tiene que:

**Problema 1.** Al cambio el día de hoy, 25 Rands valen 70 Quetzales, y 14 Quetzales valen 30 Rupias. ¿Cuántas Rupias son 150 Rands?

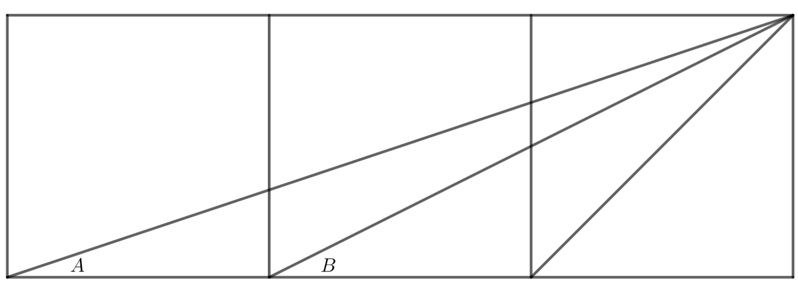
**Problema 2.** Un camión sale de Vanegas a Tamazunchale a velocidad constante de 80 kilóemetros por hora. Al mismo tiempo, otro camión sale de Tamazunchale a Vanegas a una velocidad constante de 70 kilómetros por hora. ¿A qué distancia están una hora antes de encontrarse?

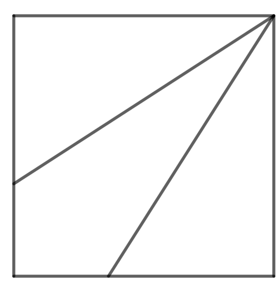
**Problema 3.** Escribe el número que mejor complete esta sucesión:

$$1, 4, 27, 256, \_\_\_$$

**Problema 4.** Totoro quiere abrir tres puertas cerradas con llave. En un cajón tiene llaves de cuatro tipos: 4 llaves abren la puerta 1, 4 llaves abren la puerta 2, 4 llaves abren la puerta 3 y 4 llaves no abren ninguna puerta. Sin embargo, todas las llaves se parecen y no sabe si abren o no hasta que las prueba. Si Totoro tiene muy mala suerte, ¿cuál es la mayor cantidad de llaves que tendría que probar antes de abrir las tres puertas?

**Problema 5.** La figura muestra tres cuadrados. Calcula el valor de la suma $A + B$, en grados.



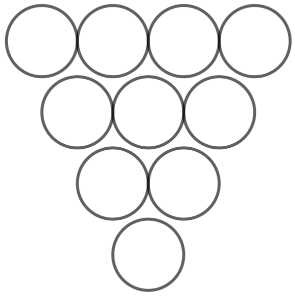
**Problema 6.** Partimos un cuadrado en tres áreas iguales con dos líneas que van desde un mismo vértice. ¿En qué proporción parten los lados del cuadrado?

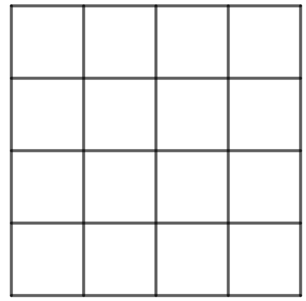
**Problema 7.** ¿Cuántos números de hasta 40 dígitos cumplen que sus dígitos suman 2?

**Problema 8.** Buscamos un número de 10 dígitos tal que el primer dígito sea la cantidad de 0s que tiene el número, el segundo es la cantidad de 1s, el tercero la cantidad de 2s, y así sucesivamente hasta el décimo dígito que es la cantidad de 9s que tiene. ¿Cuál es ese número?

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

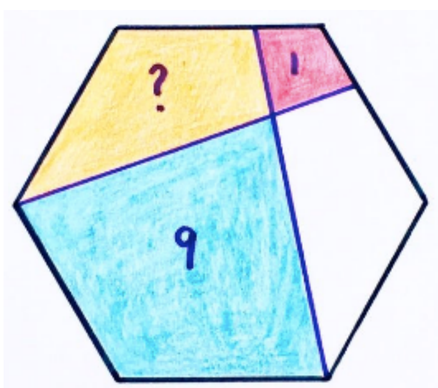
**Problema 9.** Acomoda los números del 1 al 10, uno en cada círculo, de manera que los números en cada círculo a partir de la segunda fila sean la diferencia de los dos números en los círculos arriba.

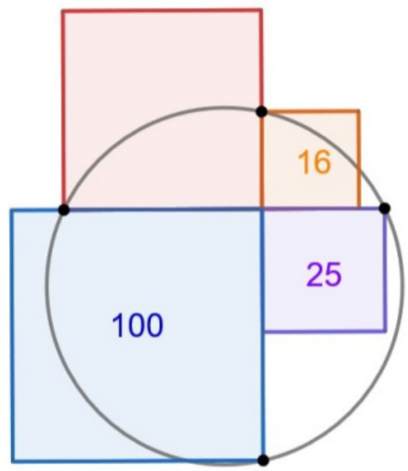




**Problema 10.** Acomoda 4 puntos en la cuadrícula de $4\times4$, de manera que cada pareja de dos puntos tenga una distancia distinta. (Suponemos que los puntos se colocan en los centros de los cuadritos.)

**Problema 11.** Las líneas marcadas crearon dos "papalotes[1]" adentro de un hexágono regular. ¿Cuál es el valor del área faltante?




**Problema 12.** La figura muestra cuatro cuadrados. ¿Cuál es el área que falta?

No me queda claro cuál es el área faltante, creo que debe reescribirse

**Problema 13.** En Estados Unidos, una fecha como hoy se escribe 9/11/2019. Sin embargo, en México escribimos 11/9/2019. Si no sabemos qué notación estamos usando, ¿cuántas fechas son ambiguas?

**Problema 14.** Esculcando entre los papeles de mi abuelo, encontré el siguiente recibo de 1987:

72 pavos gordos $ __67.9__

Donde el primer y último dígito del precio total han sido borrados por el tiempo. ¿Cuánto costaba cada uno de los pavos gordos en 1987?

**Problema 15.** Para numerar las páginas de un libro de Olimpiadas, se imprimieron en total 1890 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

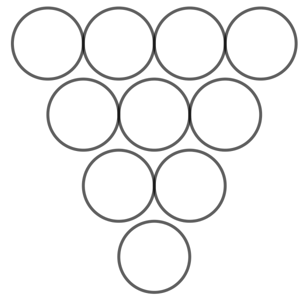
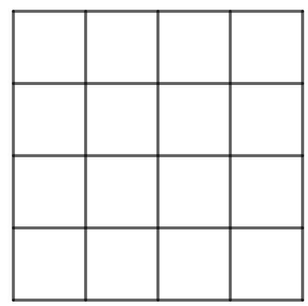
[1] El nombre oficial es "deltoide". Es un cuadrilátero con dos pares consecutivos de lados iguales.

Proceso IMC 2019 – 2020

## Entrenamiento 2, Examen 2

Octubre 2019

Nombre:

<table>
<tr><td>1.</td><td rowspan="2" colspan="2">9.<br></td></tr>
<tr><td>2.</td></tr>
<tr><td>3.</td><td rowspan="2" colspan="2">10.<br></td></tr>
<tr><td>4.</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">11.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">12.</td></tr>
<tr><td>7.</td><td colspan="2">13.</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>14.</td><td>15.</td></tr>
</table>

Proceso IMC 2019 - 2020

# Entrenamiento 3, Examen 1

Diciembre 2019

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

**Problema 1.** Dos pares de rectángulos idénticos se pegaron juntos para crear dos rectángulos más grandes A y B. El perímetro del rectángulo A es 240 centímetros, el perímetro del rectángulo B es 258 centímetros. Encuentra, en centímetros, la longitud del lado mayor del rectángulo original.

**Problema 2.** Encuentra tres números A, B, C, tales que la suma de A y B sea 252, la suma de B y C sea 197, y la suma de C y A sea 149.

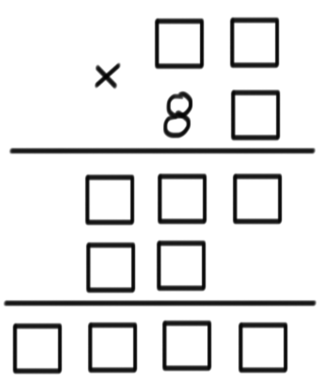
**Problema 3.** Un total de 1,000 estudiantes presentaron el primer examen de la OMMEB en Culiacán, que se calificó con un número entero entre 0 y 100. En total, fueron elegidos 150 estudiantes. El promedio de quienes pasaron fue 38 puntos más alto que el promedio de quienes no pasaron. El promedio de todos los participantes fue de 55 puntos. Antes de presentar el examen se decidió un corte de puntos para pasar. El corte fue 6.3 puntos más bajo que el promedio de quienes pasaron el examen. ¿Cuál era el corte?

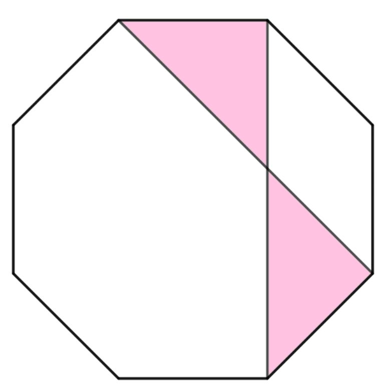
**Problema 4.** El número A tiene 9 divisores y el número B tiene 10 divisores. El mínimo común múltiplo de A y B es 2,800. Calcula el valor de $A - B$.

**Problema 5.** En una sucesión de números el primero es 15 y el segundo es 40. A partir del tercer número, cada uno es la suma de los dos números anteriores en la sucesión. ¿Cuál es el residuo cuando dividimos el 2019-ésimo número de la sucesión entre 3?

**Problema 6.** Tres autos –rápido, mediano y lento- empiezan a correr al mismo tiempo desde el mismo lugar, persiguiendo a un ciclista que va delante y avanza a velocidad constante. A los autos les toman 6, 10 y 12 minutos, respectivamente, alcanzar al ciclista. El auto rápido viaja a 24 kilómetros por hora mientras que el auto mediano viaja a 20 kilómetros por hora. ¿Cuál es la velocidad del auto lento?

**Problema 7.** La siguiente multiplicación puede resolverse de manera única. Encuentra el resultado.



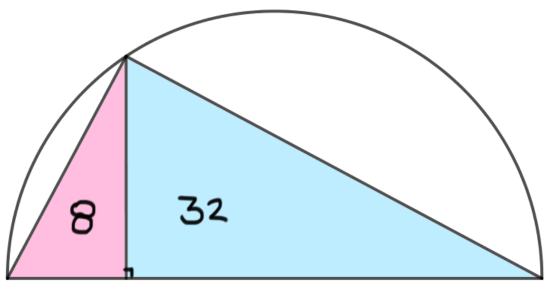
**Problema 8.** En el anterior octágono regular, el valor numérico del área sombreada, en centímetros cuadrados, es igual al valor numérico del perímetro, en centímetros. Encuentra este valor.

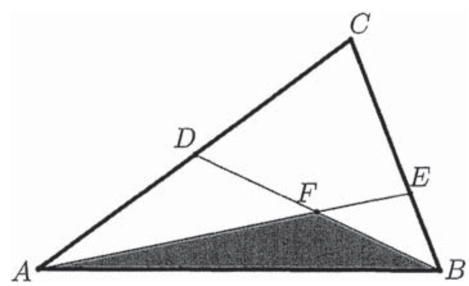
**Problema 9.** Una bomba de agua marca Premium puede llenar una alberca en 30 minutos. Una bomba de agua marca Patito puede llenar la misma alberca en 40 minutos. Se instalaron 3 bombas marca Premium y algunas bombas marca Patito. Se encendieron las 3 bombas marca Premium por 5 minutos y luego se encendieron además las bombas marca Patito, y la alberca se llenó en 2.5 minutos más. ¿Cuántas bombas Patito se instalaron?

**Problema 10.** Un número de 3 dígitos deja residuo 17 al ser dividido entre 37. Si lo dividimos entre 36, el residuo es 3. ¿Cuál es este número?

**Problema 11.** Un número de 3 dígitos, múltiplo de 8, se escribe al revés para obtener un nuevo número de 3 dígitos. Cuando se suman estos dos números, el resultado es 1111. Encuentra el número original.

**Problema 12.** Desde un punto de la semicircunferencia mostrada en la figura se trazó una perpendicular y luego dos triángulos, como se muestra. Uno tiene área 8 unidades y el otro tiene área 32 unidades. Encuentra el área del semicírculo, en las mismas unidades.




**Problema 13.** En el triángulo $ABC$ de la figura, $D$ es el punto medio de $AC$ y $E$ es un punto sobre $CB$ tal que $CE = 2EB$. Los segmentos $BD, AE$ se intersectan en $F$ y el área del triángulo $AFB$ es 1 unidad. Encuentra, en las mismas unidades, el área del triángulo $ABC$.

**Problema 14.** ¿Cuántos enteros positivos $n$, impares, cumplen que el producto de sus dígitos es 252?

**Problema 15.** Esther y Frida tenían, cada una, una tabla de 16 columnas y 10 filas donde debían escribir los números del 1 al 160, uno en cada casilla. Esther decidió numerar sobre cada columna y luego pasar a la siguiente, mientras que Frida decidió numerar sobre cada fila y luego pasar a la siguiente. Encuentra la suma de todos los números que están en la misma posición en ambos arreglos.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | ⋯ | ⋯ | 16 |
| 17 | 18 | 19 | ⋯ | ⋯ | 32 |
| ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ |
| ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ |
| 145 | 146 | 147 | ⋯ | ⋯ | 160 |

Esther

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 11 | 21 | ⋯ | ⋯ | 151 |
| 2 | 12 | 22 | ⋯ | ⋯ | 152 |
| ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ |
| ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ | ⋯ |
| 10 | 20 | 30 | ⋯ | ⋯ | 160 |

Frida

Proceso IMC 2019 - 2020

## Entrenamiento 3, Examen 2

Diciembre 2019

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12. |
| 5. | 13. |
| 6. | 14. |
| 7. | 15. |
| 8. | |

Proceso IMC 2019 - 2020

# Entrenamiento 3, Examen 2

Diciembre 2019

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

**Problema 1.** Si pagas con un billete de 100 pesos por 5 plumas y 5 lápices, te sobran 5 pesos. En cambio, si quisieras comprar 7 plumas y 3 lápices, te faltarían 5 pesos. ¿Cuánto cuesta cada pluma?

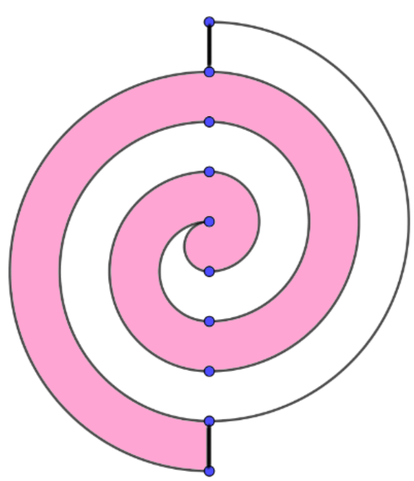
**Problema 2.** La altura promedio de 3 personas es 1.66m, mientras que la altura promedio de 7 personas distintas es 1.59m. ¿Cuál es la altura promedio, en metros, de las 10 personas?

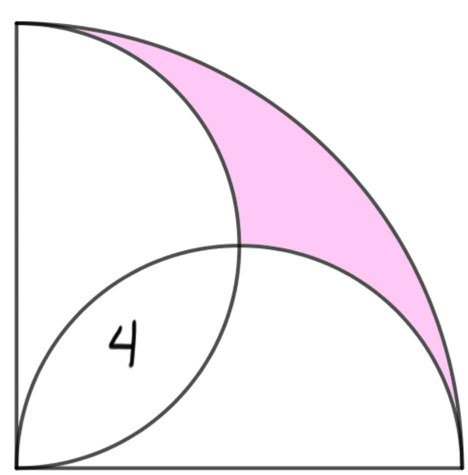
**Problema 3.** El precio de cada pluma roja o pluma azul es un número entero. La pluma roja es más cara que la pluma azul. Daniela compró alguna cantidad de plumas y gastó en total 17 pesos. Yareli quería gastar 35 pesos comprando plumas, pero no podía hacerlo sin que le sobrara cambio. ¿Cuánto cuesta la pluma azul?

**Problema 4.** El producto de cuatro naturales consecutivos es 11,880. ¿Cuál es el mayor de ellos?

**Problema 5.** Una fábrica tiene dos almacenes A y B, todos con la misma cantidad de cajas idénticas. Tres trabajadores, Xavier, Yareli y Zaira, trabajan cargando las cajas de un almacén a un camión. Para transferir cualquiera de los almacenes enteros, a Xavier le tomaría 10 horas, a Yareli 12 horas y a Zaira 15 horas. Al mismo tiempo, Xavier empieza con el almacén A, Yareli con el almacén B. Zaira empieza ayudándole a Xavier y, cuando terminan, le ayuda a Yareli hasta terminar. ¿Cuántas horas ayudará Zaira a Yareli?

**Problema 6.** La siguiente figura muestra diez puntos equidistantes sobre la misma recta. Se unieron algunos de ellos en pares, formando semicircunferencias como se muestra en la figura. Esto creó dos espirales, una de ellas sombreada, de área A, y otra no sombreada, de área B. Calcula el valor de A/B.






**Problema 7.** Usando dos segmentos perpendiculares idénticos como diámetro, se trazaron dos semicircunferencias y un cuarto de circunferencia, como se muestra en la figura. El área de intersección entre ambas semicircunferencias tiene área 4 unidades. Calcula, en las mismas unidades, el área sombreada.

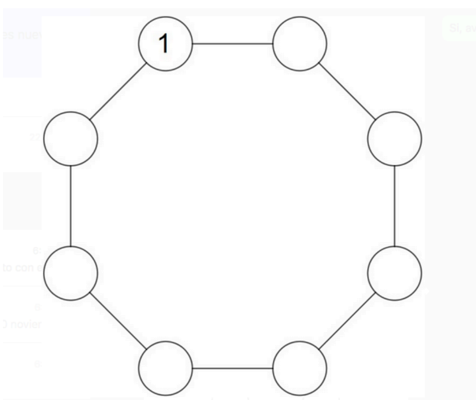
**Problema 8.** Mónica viaja al trabajo pedaleando a una velocidad constante. En el camino, alcanza a ver que cada 12 minutos la rebasa un tren y cada 4 minutos la alcanza un tren en la otra dirección. Si los trenes también viajan a velocidad constante, ¿cada cuántos minutos sale un tren de la terminal?

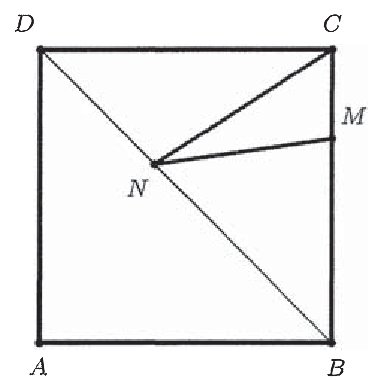
**Problema 9.** Germán y Lulú son albañiles en una construcción. Si trabajan juntos, pueden terminar la construcción en 15 días. Trabajaron juntos durante 6 días y luego solo trabajó Lulú, y le tomó 12 días más terminar la construcción. ¿Cuántos días le habría tomado a Lulú hacer todo el trabajo por su cuenta?

**Problema 10.** Si dividimos 346, 304 y 563 entre el mismo entero positivo, el residuo es también el mismo. Encuentra el valor de dicho entero positivo.

**Problema 11.** Hay cuatro niñas y dos niños, todos de edades diferentes. La persona de mayor edad tiene 10 años mientras que la de menor edad tiene 4. La niña mayor tiene 4 años más que el niño menor, mientras que el niño mayor tiene 4 años más que la niña menor. Encuentra la edad del niño mayor.

**Problema 12.** En cada vértice de un octágono se escribe uno de los números 1 al 8, uno cada vez. En cada lado se escribe la suma de los dos números en cada vértice, las ocho sumas son 5, 7, 9, 9, 9, 9, 11, 13 en algún orden. ¿Qué número se escribe en el vértice opuesto a 1?

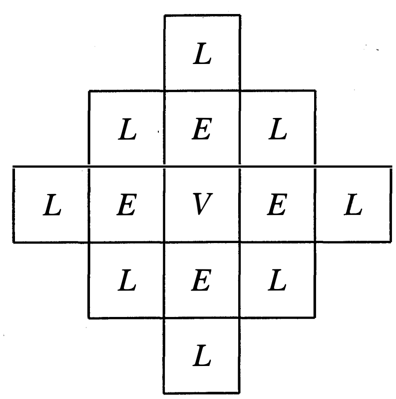



**Problema 13.** En el cuadrado $ABCD$ de la figura, de lado $8cm$, $M$ es un punto sobre $CB$ tal que $CM = 2cm$. El punto $N$ es un punto variable sobre la diagonal $DB$. Encuentra el menor valor posible de $CN + MN$.

**Problema 14.** ¿Cuántos enteros positivos de 4 dígitos, múltiplos de 4, se pueden formar usando los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, de manera que ningún dígito aparezca más de una vez?

**Problema 15.** Empezando en cualquiera de las Ls de la figura, es posible movernos arriba, abajo, izquierda o derecha. Cada letra puede ser usada a lo más dos veces. ¿De cuántas maneras distintas podemos deletrear LEVEL con un camino?



Proceso IMC 2019 - 2020

Entrenamiento 3, Examen 2

Diciembre 2019

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12. |
| 5. | 13. |
| 6. | 14. |
| 7. | 15. |
| 8. | |

Proceso IMC 2019 – 2020

# Entrenamiento 4, Examen 1

Febrero 2020

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

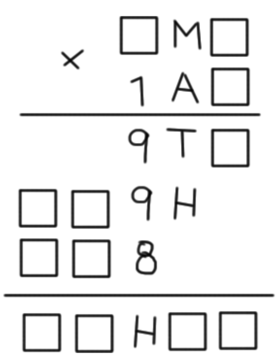
**Problema 1.** Mateo presentó 5 exámenes selectivos, calificados con números enteros de 0 a 100. El puntaje de Mateo en el segundo examen es 10 puntos más alto que su primer examen. Su puntaje en el tercero es 5 menos de lo que obtuvo en el segundo, y su puntaje en el cuarto es 4 más que su puntaje en el tercero. Su promedio para los primeros cuatro exámenes fue 85. Su puntaje en el quinto fue 13 puntos menos que lo que obtuvo en el cuarto. ¿Cuál es el promedio de Mateo para los 5 exámenes?

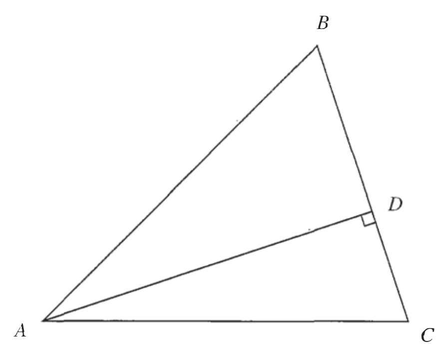
**Problema 2.** Encuentra el mayor número de 7 dígitos, todos distintos, que sea múltiplo de 11.

**Problema 3.** Alex, Simón y Reynaldo caminan a velocidades de 100m/min, 80m/min y 70m/min, respectivamente. Empezando al mismo tiempo, Alex y Simón caminan de la escuela al Club de Matemáticas, y Reynaldo camina del Club de Matemáticas a la escuela. Dos minutos después de que Alex y Reynaldo se encuentran, Simón se encuentra con Reynaldo. ¿Cuál es la distancia, en metros, de la escuela al Club?

**Problema 4.** $ABCD$ es un trapecio rectángulo con lados paralelos $AB, CD$ y con ángulos rectos en $B, C$. El punto $E$ es el punto medio de $CE$. Sabemos que $(ABCE) : (DEC) = 10 : 7$. Calcula $AB : CD$.

**Problema 5.** En la siguiente multiplicación, cada cajita debe ser completada con un dígito. Cada letra representa un dígito y letras distintas representan dígitos distintos. ¿Cuál es el resultado?




**Problema 6.** En el triángulo $ABC$ de la figura, el ángulo $BAC$ mide 45 grados. Además, $AD$ es la altura desde $A$ sobre $BC$ y cumple que $BD = 3cm, DC = 2cm$. Encuentra, en centímetros cuadrados, el área de $ABC$.

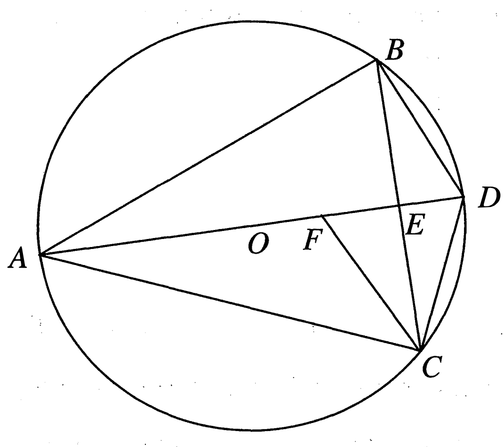
**Problema 7.** Encuentra todos los primos que pueden escribirse como la suma de dos primos y como la diferencia de dos primos.

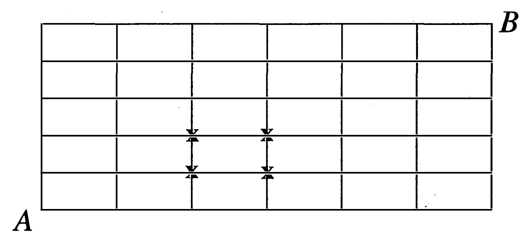
**Problema 8.** Sea $M = 1! \times 2! \times 3! \times 4! \times 5! \times 6! \times 7! \times 8! \times 9!$. ¿Cuántos de los divisores de $M$ son cuadrados perfectos?

**Problema 9.** Sea $S = \{1, 2, 3, \ldots, 9, 10\}$. Un subconjunto no vacío de $S$ es *tlayudo* si la cantidad de números pares en el subconjunto es mayor o igual que la cantidad de números impares en el mismo subconjunto. Por ejemplo, los conjuntos $\{4, 8\}, \{3, 4, 7, 8\}, \{1, 3, 6, 8, 10\}$ son tlayudos. ¿Cuántos subconjuntos de $S$ son tlayudos?

**Problema 10.** Agrupamos los números pares como sigue: $(0), (2, 4), (6, 8, 10), \ldots$ donde el $n$ −ésimo conjunto tiene $n$ números pares. ¿Cuántos números hay en el conjunto al que pertenece 2020?

**Problema 11.** En la siguiente figura, el triángulo $ABC$ es isósceles con $AB = AC$ y está inscrito en una circunferencia con diámetro $AD$, centro $O$. El diámetro $AD$ interseca $BC$ en el punto $E$ y $F$ es el punto medio de $OE$. Si sabemos que $FC$ es paralelo $BD$ y que $BC = \sqrt{5}cm$, encuentra la medida, en centímetros, de $CD$.




**Problema 12.** La figura anterior (derecha) muestra una cuadrícula. ¿De cuántas maneras es posible ir del punto $A$ al punto $B$ viajando sobre las líneas de la cuadrícula, si solo es posible viajar hacia arriba o hacia la derecha, y no es posible pasar por los 4 puntos marcados?

**Problema 13.** ¿Cuántos múltiplos de 11 pueden formarse reacomodando los dígitos del número $123456789$?

**Problema 14.** Encuentra las ternas de reales $(x, y, z)$ tales que

$$\begin{gathered}(x+y)(x+y+z) = 66 \\ (y+z)(x+y+z) = 99 \\ (z+x)(x+y+z) = 77\end{gathered}$$

**Problema 15.** Las páginas de un libro se numeraron del 1 al $n$. Sin embargo, un error de imprenta causó que un número apareciera dos veces, de manera que al sumar todos los números se obtiene 1998. ¿Qué número fue el que se repitió?

Proceso IMC 2019 – 2020

# Entrenamiento 4, Examen 1

Febrero 2020

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12. |
| 5. | 13. |
| 6. | 14. |
| 7. | 15. |
| 8. | |

Proceso IMC 2019 – 2020

# Entrenamiento 4, Examen 2

Febrero 2020

Escribe tu nombre y tus respuestas en la Hoja de Respuestas.
Tienes 90 minutos para resolver el examen sin ayuda de calculadoras o formularios.

**Problema 1.** Ana, Beatriz, Carla, Daniela y Eunice presentaron un examen cuyo puntaje fue un número entero entre 0 y 100. Al salir del examen, calcular el promedio de algunas combinaciones. ¿Cuál fue el puntaje de Ana?

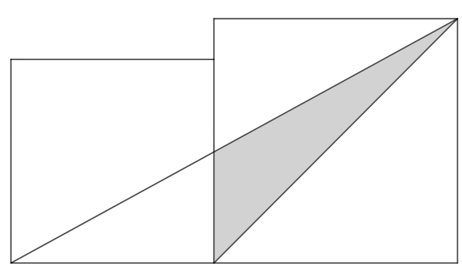
- Promedio A, B, C, D = 75
- Promedio A, C, D, E = 70
- Promedio A, D, E = 60
- Promedio B, D = 65

**Problema 2.** Encuentra el menor número de 7 dígitos, todos distintos, que sea múltiplo de 11.

**Problema 3.** Chiqui y Choco corren una carrera de 100 metros. Chiqui termina la carrera en 16 segundos. En este momento, Choco se encuentra a 20 metros de la meta final. Corriendo al mismo ritmo, ¿cuántos segundos le faltan a Choco para terminar la carrera?

**Problema 4.** En la cocina de Mónica hay tazas grandes, medianas y pequeñas. Sabemos que 2 tazas grandes tienen el mismo volumen que 5 tazas medianas, y 3 tazas medianas contienen lo mismo que 4 tazas pequeñas. Si con $(2,3,4)$ representamos el volumen combinado de 2 tazas grandes, 3 tazas medianas y 4 tazas pequeñas, calcula el valor de $(2,3,4):(5,4,3)$.

**Problema 5.** La figura de abajo muestra dos cuadrados de lados 10cm y 12cm, cuyas bases son colineales. Encuentra, en centímetros cuadrados, el valor del área sombreada.



**Problema 6.** Encuentra todos los números de 1 a 2020 tales que la suma de sus dígitos es 11. Puedes usar coeficientes binomiales en tu respuesta.

**Problema 7.** Encuentra el valor numérico de

$$\sqrt{14^3+15^3+16^3+\cdots+24^3+25^3}.$$

**Problema 8.** El número de 5 dígitos $a679b$ es divisible entre 72. Si $a \neq 0$, encuentra $a-b$.

**Problema 9.** Sabemos que $a, b, c$ son reales positivos tales que

$$ab + a + b = bc + b + c = ca + c + a = 35.$$

Encuentra el valor de $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$.

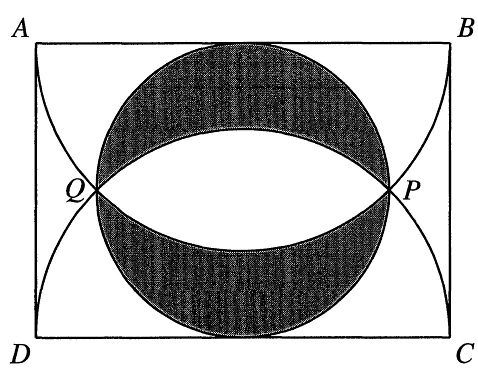
**Problema 10.** Calcula el residuo cuando se divide entre 11 el resultado de la siguiente operación:

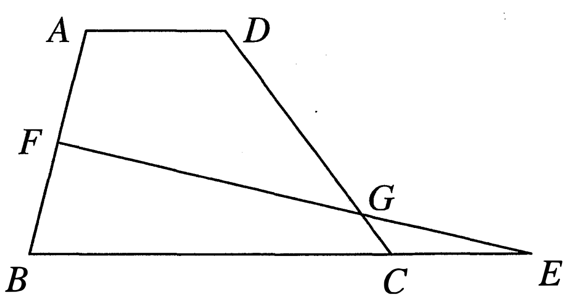
$$(999\,999\,999\ldots 999)^{2020} - (333\,333\,333\ldots 333)^{2020}$$

si cada uno de los números tiene 2019 dígitos.

**Problema 11.** El conjunto $S$ tiene 5 elementos. Se hicieron todas las sumas por parejas de los elementos de $S$ y se obtuvieron los números: $1967, 1972, 1973, 1973, 1974, 1975, 1980, 1983, 1984, 1989, 1991$. Encuentra los 5 elementos de $S$.

**Problema 12.** Sea $ABCD$ un rectángulo con $AB = 10cm$. Dibujamos dos semicircunferencias con diámetros $AB, CD$, respectivamente, hacia el interior del rectángulo. Sean $PQ$ los puntos de intersección de estas dos circunferencias. Si el círculo con diámetro $PQ$ es tangente a $AB, CD$, ¿cuál es el valor, en centímetros cuadrados, del área sombreada?




**Problema 13.** La figura anterior (derecha) muestra un trapecio con $AD || BC$ y $BC = 3AD$, $F$ punto medio de $AB$ y $E$ un punto sobre la prolongación de $BC$ tal que $BC = 3CE$. Los segmentos $EF, CD$ se cruzan en $G$. Sabemos que $(GCE) = 15cm^2$ y $(ABCD) = k\ cm^2$. Encuentra el valor de $k$.

**Problema 14.** Araceli, Beatriz, Carolina, Daniela, Elisa y Florencia tocan en una orquesta. En cada concierto, algunas de ellas tocaron mientras las demás escuchaban en la audiencia. ¿Cuál es la menor cantidad de conciertos necesarios para que cada música haya escuchado a cada una de las demás tocar?

**Problema 15.** Daniela y Yareli se reparten las cartas de una baraja de 52. Al inicio, Daniela toma algunas cartas, le da algunas a Yareli y las que sobra las deja en el piso. Daniela tiene más cartas que Yareli. Si Yareli le diera cierta cantidad de cartas a Daniela, Daniela tendría 4 veces las que Yareli; en cambio, si Daniela le diera a Yareli esa misma cantidad de cartas, entonces Daniela tendría 3 veces las que Yareli. ¿Cuántas cartas tiene Daniela?

Proceso IMC 2019 – 2020

# Entrenamiento 4, Examen 2

Febrero 2020

Nombre:

| | |
|---|---|
| 1. | 9. |
| 2. | 10. |
| 3. | 11. |
| 4. | 12. |
| 5. | 13. |
| 6. | 14. |
| 7. | 15. |
| 8. | |