Soluciones del Examen Canguro Matemático Mexicano 2008. Nivel Cadete.

1. **(d)** La caja 4 debe quedarse con I, y entonces la 5 con E, de donde la 3 debe quedarse con U. De aquí tenemos que la 2 se queda con O (y la 1 con A).

2. **(c)** El médico no es Ford (por ser más joven) ni tampoco es Sáez (porque no tiene hermanos), así que su nombre es Ríos. También sabemos que Ford no es ingeniero, así que debe ser músico. Finalmente tenemos que Sáez debe ser ingeniero.

3. **(d)** Como el radio es 6, la distancia de Q a P es 18. La altura en R es el lado vertical del rectángulo, el cual mide 12. entonces el área es $\frac{12\times 18}{2}=108$.

4. **(b)** Si ponemos los números por parejas, la suma debe ser la misma. Esto se logra con $14+11=12+13$. Entonces el acomodo es *BCAD* (o viceversa), y la distancia mayor es, precisamente, la suma.

5. **(e)** En total, entre los dos, sus monedas valen $9\times 2+8\times 5=58$. Se quiere que tengan 29 cada uno. En cada intercambio Daniel obtiene 3 más y, como al principio tiene 18 que es múltiplo de 3, siempre tendrá un valor múltiplo de 3, pero 29 no lo es, así que es imposible.

6. **(d)** Como las dos cartas de Carla suman un número par, ambas deben ser pares o ambas impares, eso quiere decir que las restantes, que no tiene María son todas de la misma paridad; esto sólo es posible si María tomó las tres pares y entonces la suma es $2+4+6=12$.

7. **(c)** La respuesta es $\frac{1}{3}+\frac{\frac{2}{3}\times 1}{4}=\frac{4+2}{12}=\frac{1}{2}$.

8. **(a)** Trazando dos paralelas a los lados que están a 60^o y que pasan por los centros de los hexágonos, se parte la figura en 8 medios hexágonos de los cuales 4 están sombreados.

9. **(d)** Observemos que $15 \leq n \leq 16$ pues n tiene tres 5's como factores y no tiene a 17 como factor. En ambos $n=15$ o $n=16$ el número de 3's es 6: $3, 3\times 2, 3\times 3=9, 3\times 4=12$ y $3\times 5=15$. Ahora veamos cuántos 2's hay en ambos: Hay uno en cada uno de 2, 6, 10 y 14, dos en cada uno de 4 y 1, y tres en 8, así que hasta 15 hay once, pero en $16!$ hay cuatro más.

10. **(a)** Completemos en el orden siguiente:

$$\begin{array}{r} ***\\ \times\ 1**\\ \hline 22**\\ +\ 90*\ \\ 452\ \ \\ \hline 56*** \end{array} \qquad \begin{array}{r} 452\\ \times\ 1**\\ \hline 22**\\ +\ 90*\ \\ 452\ \ \\ \hline 56*** \end{array} \qquad \begin{array}{r} 452\\ \times\ 1*5\\ \hline 2260\\ +\ 90*\ \\ 452\ \ \\ \hline 56*** \end{array} \qquad \begin{array}{r} 452\\ \times\ 125\\ \hline 2260\\ +\ 904\ \\ 452\ \ \\ \hline 56500 \end{array}$$

11. **(b)** El que cada problema deba revisarse por 2 jueces puede pensarse como si fueran 12 problemas y cada juez revisara sólo 1; los 24 problemas deben dividirse en grupos de 3.

12. **(e)** Observemos que exactamente uno de los cuadrados no debe estar junto a un triángulo (lo cual ocurre en todas las figuras). Si en ese cuadrado dibujamos una flecha del centro a cada uno de los cuadros con los que debe pegarse, la flecha debe dirigirse hacia el triángulo que está pegado con el otro cuadrado; con esta observación es fácil ver que son los desarrollos 3 y 5 los que no cumplen esto (por ejemplo, el 3 en el cuadro superior y el 5 en el cuadro a la izquierda).

13. **(e)** Como sólo son dos pares y se forman tres parejas, la suma debe ser par; entonces 0 y -4 van juntos y la suma de las parejas debe ser -4. Las únicas otras posibilidades de lograr -4 son juntando -9 con 5, y -1 con -3. Sobra -5.

14. **(e)** Como $2008=8\times 251$, tenemos que $a^2=8(251-b)=4\times 2(251-b)$. Entonces $251-b=2x^2$, de donde b es impar y $\frac{251-b}{2}=125$. Como b es entero positivo, $251-b$ es un entero entre 1 y 125; los cuadrados en este rango son: $1^2, 2^2, \ldots, 11^2$.

15. **(b)** Como $CP=1=PD$ y $BQ=QA=1$, tenemos que los triángulos CPD y BQA son equiláteros de lado 1. Sus alturas miden $\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Entonces $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-PQ=1$ (la distancia del lado CD al lado AB). En conclusión $PQ=\sqrt{3}-1$.