

Soluciones para el Examen Canguro Matemático Mexicano 2010, nivel Cadete

1. (c) El segundo renglón tiene 10 más en cada casilla que el primero, así que en * debe haber 100 menos que 2010.

2. (c) Como los dados son iguales y el de la izquierda tiene la misma posición que el de la derecha, los lados pegados de los dos dados de los extremos suman 7. También en el dado central la suma de los lados pegados es 7. Entonces la suma total es 14.

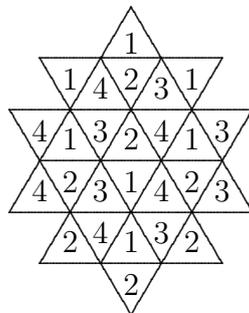
3. (a) Tenemos la ecuación $\frac{85}{100}x + 1 = \frac{90}{100}x$, de donde $5x = 100$ y así $x = 20$.

4. (e) Hay 10 asientos hacia cada lado del pasillo y cada fila tiene 20 asientos. El asiento 100 queda totalmente a la derecha en la quinta fila y el 99 totalmente a la izquierda; 64 y 76 quedan en la cuarta fila y 76 está más cerca de 100 que 64; 104 y 118 quedan en la sexta fila y 118 está más cerca de 100 que 104. Las posiciones cercanas a 100 son:

116	118	120
96	98	100
76	78	80

5. (e) La distancia de cada vértice del cuadrado al centro del mismo es $\sqrt{2}$ y entonces éste es el radio de los semicírculos. Sea d el diámetro de cada círculo sombreado. Entonces $\sqrt{2} + \sqrt{2} - d = 2$, de donde $d = 2 - 2\sqrt{2}$ y así el radio de cada círculo sombreado es $1 - \sqrt{2}$. El área sombreada es $4\pi(1 - \sqrt{2})^2 = 4\pi(1 - 2\sqrt{2} + 2) = 4\pi(3 - 2\sqrt{2})$.

6. (b) Se deben llenar las casillas de manera que cada 4 casillas los números se repitan. Entonces la tabla completa queda llena como sigue:



7. (e) Basta que las cifras de las centenas y de las unidades sean ambas pares o ambas impares. Con la primera propiedad hay $5 \times 5 = 25$ posibilidades. Con la segunda propiedad hay 4×5 (ya que la cifra de las centenas no puede ser 0 pero la de las unidades sí). En total son $25 + 20 = 45$.

8. (e) El rectángulo $ABCD$ tiene área 40. Como $x + y = z$, el rectángulo $EFGH$ también tiene área 40, de donde $HG = EF$ es un divisor de 40 menor que $AB = 10$. Entonces $z = 40 - EF \cdot 4$ y, al variar $EF = 1, 2, 4, 5, 8$, tenemos, respectivamente, $z = 36, 32, 24, 20, 8$.

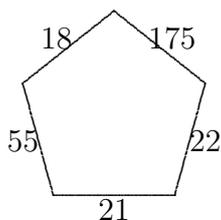
9. (c) Como las respuestas son distintas, sólo uno pudo haber dicho la verdad, así que hay 3 mentirosos, los cuales juntan $3 \cdot 7 = 21$ tentáculos. Si el pulpo que dijo la verdad

tiene 6 tentáculos, entonces la respuesta es 27 y es verde; si tiene 8 tentáculos entonces habría dado la respuesta 29, así que este caso es imposible.

10. **(b)** La estrella pesa lo mismo que el círculo y ellos juntos pesan lo mismo que el triángulo, de manera que si e es el peso de la estrella, c es el peso del círculo y t es el peso del triángulo, entonces $c = e$ y $c + e = t$, o sea que $2e = t$. Ahora, el triángulo, el círculo y la estrella pesan lo mismo que el cuadrado, así que el cuadrado pesa $2t = 4e$. Podemos seguir así para obtener que $8e$ es la mitad del peso total del móvil, de donde $8e = \frac{112}{2} = 56$, lo cual nos da que $e = 7$.

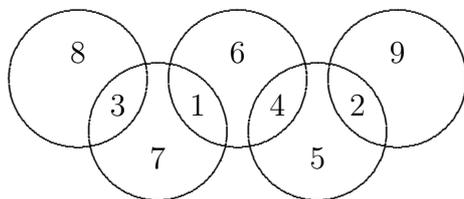
11. **(a)** Observemos primero que $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$. Entonces los posibles valores para $\{x, y\}$ son $\{1, 105\}$, $\{3, 35\}$, $\{5, 21\}$, y $\{7, 15\}$. Sin embargo, en cualquier triángulo los lados menores deben sumar más que el lado mayor, así que la única posibilidad es $\{x, y\} = \{7, 15\}$ y entonces el perímetro es $7 + 13 + 15 = 35$.

12. **(d)** En cada lado debe aparecer un número compuesto (no primo) pues con cada uno de los lados opuestos debe tener un factor en común (distinto de 1), y estos dos factores deben ser distintos entre sí. Con esto concluimos que 19 no puede aparecer. Los otros tres sí pueden, como se muestra en el ejemplo siguiente.



13. **(a)** De la ecuación $2x = 5y$ tenemos que x es múltiplo de 5: $x = 5a$, y que y es múltiplo de 2: $y = 2b$. Entonces $10a = 10b$, de donde $a = b$ y así $x + y = 5a + 2a = 7a$. Dentro de las opciones el único número que es múltiplo de 7 es 2009.

14. **(b)** La suma de los 6 números en los 2 círculos inferiores es 22. Como los números son distintos y van del 1 al 9, la única posibilidad es que estos números sean 1, 2, 3, 4, 5 y 7. Entonces en el lugar de la interrogación va 6, 8 o 9. No puede ir el 9 pues en ese círculo debe haber otros dos números distintos y la suma debe ser 11. Tampoco puede ir el 8 porque los números en ese mismo círculo serían 1 y 2, pero en alguna de las esquinas superiores iría el 9 y junto al 9 debería ir 2. En el siguiente esquema se muestra que 6 sí es posible.



15. **(c)** Se van formando triángulos isósceles. En el primero los ángulos iguales miden 7° , en el segundo 14° , en el tercero 21° , y así sucesivamente. Sea n el número de pasos posibles. Como la suma de esos dos ángulos iguales debe ser menor a 180° , tenemos que $2 \cdot 7 \cdot n < 180$, de donde $n < \frac{180}{14}$ y así $n \leq 12$.