Soluciones para el Examen Canguro Matemático Mexicano 2012
Nivel Cadete

1. **(a)** Cada corte aumenta en 4 el número de cabezas, así que al final el dragón tendrá $5+(6\times4)=29$ cabezas.

2. **(c)** La primera y la octava se pueden juntar para formar el rectángulo; la segunda se puede completar con una igual a ella y lo mismo ocurre con la sexta. La quinta y la séptima también son complementarias. Sólo la tercera y la cuarta necesitan de dos piezas cada una.

3. **(c)** Mi recorrido empieza con A y nunca vuelve a pasar por allí porque estaría usando un camino más de una vez. De la misma manera, solamente puedo usar uno de los que llegan a B en mi recorrido. Puedo usar 7 de los caminos de la siguiente manera: voy a la izquierda, después hacia arriba a la derecha, después a la izquierda, luego abajo a la derecha, otra vez a la izquierda y después directo hasta B.

4. **(d)** Para dejar un número de monedas múltiplo de 3 en el primer montón debe hacer la tercera operación 1, 4 o 7 veces. Para dejar un número par de monedas en el segundo montón debe hacer la tercera operación 0, 2, 4, 6, 8, 10 veces. Entonces lo mínimo es hacer la tercera operación 4 veces, una vez la primera operación y 3 veces la segunda operación.

5. **(b)** Los triángulos inferiores de la estrella tienen un vértice común y entonces el ángulo en ese vértice es igual. Llamemos α a ese ángulo. El otro ángulo en el triángulo izquierdo mide $180^o - 100^o = 80^o$; el otro ángulo en el triángulo de la derecha mide $180^o - 93^o = 87^o$. Fijándonos en las sumas de los ángulos de los triángulos inferiores de la estrella, tenemos que $x + \alpha + 87^o = 58^o + 80^o + \alpha$, de donde $x = 51^o$.

6. **(c)** Si hacemos una lista con las cantidades que robaron los ratones, tendríamos que, como nadie robó la mitad de lo que robó otro, sólo pueden aparecer dos números del conjunto $\{1, 2, 4, 8\}$ y uno del conjunto $\{3, 6\}$. Las tres opciones de números restantes pueden aparecer en la lista sin importar los que ya elegimos.

7. **(e)** Lo mejor es multiplicar por 2 primero y después reducir. Entonces al final, lo más largo que puede ser el lado es $8\times2\times2-2-2=28$. En ese caso el perímetro del espejo será $4\times28=112\,\text{cm}$.

8. **(b)** Llamemos s a la suma de las columnas. El número que falta en la tercer columna es $s-4$ y la suma de cada renglón es igual a $2+4+(s-4)+2=s+4$. El número que falta en la segunda columna es $s-4-3=s-7$. Si x es el número que estamos buscando, la suma del último renglón es $6+(s-7)+1+x=x+s$; como las sumas de todos los renglones son iguales, $x+s=s+4$, de donde $x=4$.

Solución alternativa: La suma de todos los cuadros se puede obtener como la de las 4 columnas o la de los 3 renglones; de esta manera tenemos que la suma de las columnas es múltiplo de 3 y la de los renglones es múltiplo de 4. Entonces el único número que puede ir en el cuadro en blanco del primer renglón es el 8. Aquí ya tenemos que la suma de los números en cualquier columna es 12. De aquí ya es fácil completar la figura y queda como se muestra en la figura.

2	4	8	2
4	3	3	6
6	5	1	4

9. **(d)** Observemos que el 12 debe ir junto al 10 y al 9, el 11 debe ir junto al 9 y al 8, y entonces un pedazo del círculo debe ser 10 - 12 - 9 - 11 - 8 . Como 10 no puede ir junto al 8 (se cerraría el círculo antes de tiempo), entonces el 7 va junto al 10 y la mitad del círculo está determinada como 7 - 10 - 12 - 9 -11- 8. Haciendo un análisis muy similar se obtiene que la otra mitad del círculo es 6 - 3 - 1 - 4 - 2 - 5 y la única forma de pegarlos es haciendo que el 6 sea vecino del 8.

10. **(b)** Después de 5 pasos, las cartas quedan justo en orden inverso al inicial y en el sexto paso se toma la carta de la derecha y se pone en el centro, así que después de 10 pasos el orden es como al principio y esto se vuelve a repetir cada 10 pasos. Como $2012=201\cdot 10+2$, El paso 2012 es como el segundo y la carta B queda enmedio.

11. **(e)** Sean a,b,c,d,e,f,g,h e i los números que se escribirán, según se muestra en la figura. Tenemos que $(a\times b\times c)\times(d\times e\times f)=1$ y $(a\times b\times d\times e)\times(b\times c\times e\times f)=4$, de donde $b\times e=4$. Haciendo un razonamiento parecido podemos concluir que $h\times e=4$. Así, tenemos que $e=1\times e=(b\times e\times h)\times e=16$.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

12. **(a)** Como F es punto medio de BC y ED es paralela a BC, por semejanza, P es punto medio de DE. Ahora, también por semejanza, $\frac{AE}{EC}=\frac{AP}{PF}$, esto es, $AE=EC\cdot\left(\frac{AP}{PF}\right)=4\left(\frac{10}{5}\right)=8$. Entonces el triángulo AEP debe ser rectángulo pues $10^2=6^2+8^2$ y entonces también lo es ACB. Una vez más, usando semejanza tenemos que $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$, es decir, $BC=\frac{DE\cdot AC}{AE}=\frac{12\cdot 12}{8}=18$. Finalmente, usando el teorema de Pitágoras obtenemos $AB=\sqrt{18^2+12^2}=\sqrt{4(81+36)}=2\sqrt{117}$.