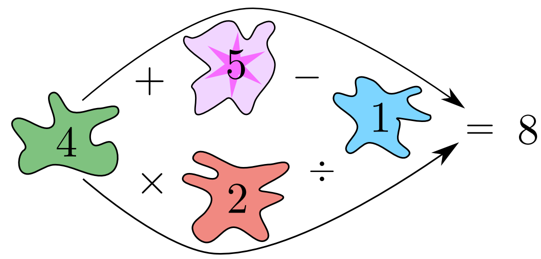
Soluciones del Examen Canguro Matemático 2018

Nivel Cadete

1. **(c)** La longitud del lado del cuadrado mediano es de $6 + 2 = 8$ cm. La longitud del lado del cuadrado más grande es de $8 + 6 - 2 = 12$ cm.

2. **(e)** El número que se resta debe ser 1 o 2 porque la suma máxima de dos números entre 1 y 5 es $5 + 5 = 10$. Por otro lado, el número arriba a la izquierda no puede ser 5, porque al multiplicar 5 y luego dividir no podría obtenerse 8. Entonces la única posibilidad es que el número que se resta sea 1 y que la operación arriba sea $4 + 5 - 1 = 8$. La figura completa queda como se muestra en la figura y la respuesta es 5.

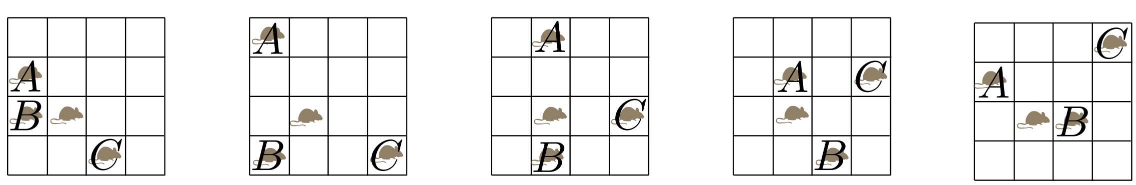


3. **(b)** Tere recorrió $6 \times 50 = 300$ m. Miguel recorrió el triple, o sea, 900 m. Como Miguel dio cinco vueltas a la alberca, recorrió 10 veces la suma del largo y el ancho de la alberca. Así, el ancho de la alberca es $\frac{900}{10} - 50 = 40$ m.

4. **(c)** Llamemos s la cantidad de intentos que hizo Lupita cuando su promedio era 3.8. Tenemos que $\frac{3.8s+3.99}{s+1} = 3.81$, de donde $s = 18$. Llamemos d a la distancia que debe alcanzar en su siguiente salto, tenemos que $\frac{3.81 \cdot 19+d}{20} = 3.82$, de donde $d = 4.01$.

5. **(d)** Como ningún número primo termina en 4, uno de los números de la lista debe ser de dos cifras y empezar con 4, es decir, debe ser 41 o 43. Si 43 está en la lista, con los números restantes no hay posibilidad de escribir ningún número primo que contenga al 1 porque 21 y 51 no son primos, y 31 repetiría el 3 con 43. Así, 41 debe estar en la lista, y ésta se puede completar, por ejemplo, con 2, 3 y 5.

6. **(a)** Sólo hay una celda que está siempre ocupada y es la que está en la segunda columna y tercer renglón, de manera que ésa corresponde al ratón dormido y la opción (e) es imposible. La opción (b) tampoco es posible pues el ratón en el cuarto renglón no tiene de dónde haber llegado, y lo mismo ocurre con la opción (c) con respecto al ratón de la primera columna. La opción (d) no es posible pues, para ella, el ratón de la segunda columna y segundo renglón debería haberse movido hacia la izquierda, y entonces no habría habido forma de cubrir ambas posiciones de la tercera y cuarta columnas. Abajo se muestran los movimientos posibles para llegar a la opción (a).



posición inicial | 1$^{\text{er}}$ silbido | 2$^{\text{o}}$ silbido | 3$^{\text{er}}$ silbido | 4$^{\text{o}}$ silbido

7. **(b)** Sea d la distancia entre el primero y el segundo punto. Dado un punto x que no es ninguno de los dos primeros, la distancia del primer punto a x es más larga por d que la distancia del segundo punto a x. Así, si restamos la suma de todas las distancias desde el primer punto a la suma de las distancias desde el segundo punto obtendremos $9d$. Luego, $d = \frac{2018-2000}{9} = 2$.

8. **(e)** Llamemos a al número a la derecha del 10. Es fácil ver que el número a la derecha de a debe ser $a - 10$. Completemos así el primer renglón del tablero. De esto se deduce que $a = 7$. La figura completa se muestra a la derecha.

10	a	$a-10$	-10	$-a$	$10-a$
	X				

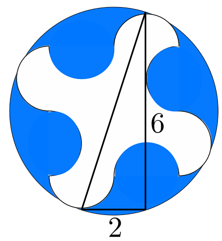
10	7	-3	-10	-7	3
3					10
-7					7
-10					-3
-3	7	10	3	-7	-10

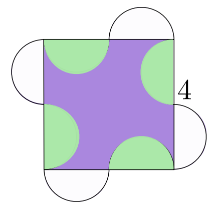
9. **(e)** Digamos que la longitud original es L, y entonces, la segunda longitud es $.4L$. La longitud que Ramiro desea conseguir es $\frac{.4+1}{2}L = .7L$, así que el factor que estamos buscando es $\frac{.7}{.4} = 1.75$.

10. **(b)** Observemos primero que LMN también es un triángulo equilátero, pues sus lados son perpendiculares a los de ABC. Llamemos d a la longitud de LB. Como el ángulo LBM es de 60º, el triángulo LBM es la mitad de un triángulo equilátero, de donde obtenemos que $MB = 2d$. Usando Pitágoras, tenemos que LM mide $\sqrt{3}d$. Tenemos entonces que cada lado del triángulo equilátero mayor mide $3d$, mientras que cada lado del triángulo equilátero menor mide $\sqrt{3}d$. Así, la razón de sus lados es $\sqrt{3}$, por lo que la razon de sus áreas es $(\sqrt{3})^2$, y de aquí que el área del triángulo sombreado es 12.

11. **(a)** $8^8 + 8^8 = 2 \cdot 8^8 = 2 \cdot (2^3)^8 = 2 \cdot 2^{24} = 2^{25}$.

12. **(d)** Consideremos el triángulo rectángulo que se muestra en la figura y observamos que es un triángulo rectángulo cuyos lados miden 2 y 6, como se muestra. Entonces, por el teorema de Pítágoras, la hipotenusa del triángulo mide $\sqrt{4+36}\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$, así que el radio del círculo es $\sqrt{10}$ y el área del círculo es 10π. Por otro lado, moviendo medios círculos como se muestra en la figura, formamos un cuadrado de lado 4, de manera que el área de la parte no sombreada interior al círculo es 16. El área sombreada es $10\pi - 16$.


6
2


4