**Soluciones del Examen Canguro Matemático 2005**
**Nivel Estudiante**

**Solución 1.** En la segunda columna hay cuatro canguros así que al menos dos de ellos deben moverse. Bastará que uno de ellos salte a la casilla en el tercer renglón y la tercera columna, y el otro se mueva al cuarto renglón y cuarta columna. La respuesta es (d).

**Solución 2.** Observemos que $\frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x}$. Sustituyendo los valores de $x$ dados, es claro que con $x = -1$ se obtiene el menor valor. La respuesta es (c).

**Solución 3.** Tenemos que $4^3 = 64$ y que $5^3 = 125$. Es claro que mientras más grande sea un entero positivo, mayor es su cubo, así que los únicos números cuyo cubo está entre 2 y 100 son 2, 3 y 4. La respuesta es (c).

**Solución 4.** Los primeros cuatro números son todos cocientes de enteros: $(\frac{2}{\sqrt{3}})^{10} = \frac{2^{10}}{3^5} = \frac{1024}{243}$, $-4.1 = \frac{-41}{10}$, $0.111\ldots = \frac{1}{9}$, $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$. Si el último número fuera cociente $\frac{a}{b}$ de dos enteros $a$ y $b$, entonces, $(1+2\sqrt{2}+2)b = a$, de donde $\sqrt{2} = \frac{a-3b}{2b}$ que es un cociente de enteros, lo cual sabemos que no es posible. La respuesta es (e).

**Solución 5.** Un cubito de $1\times1\times1$ pesa $\frac{1}{27}$ del cubo, es decir 30g. Un paralelepípedo con dimensiones $3 \times 1 \times 1$ pesa la novena parte que el cubo, es decir, 90g; Los paralelepípedos se intersectan en el centro del cubo en un cubito de $1 \times 1 \times 1$, de manera que el segundo y tercer hoyos ya sólo quitan 60g cada uno del cubo original. Entonces el peso de la figura que queda es $810-90-60-60 = 600$. La respuesta es (c).

**Solución 6.** Tenemos que $-1 < a - 2 < 1$, que es equivalente a $1 < a < 3$. Veamos si hay algún valor de $a$ entre 1 y 3 que satisfaga la condición en cada opción. La primera y la segunda las satisface $a = 1.5$; la tercera la satisface $a = 2$; la cuarta la satisface $a = 2.5$. La quinta opción es claramente imposible. La respuesta es (e).

**Solución 7.** Los círculos tienen radio 1 y 2, respectivamente. Entonces, el área de la región comprendida entre ellos es $4\pi - \pi = 3\pi$. La recta con ecuación $x = y$ forma un ángulo de 45 grados con el eje de las $x$, así que la región comprendida en el primer cuadrante es la octava parte del total: $\frac{3\pi}{8}$. La respuesta es (b).

**Solución 8.** Para representar que cada número par sale el doble de veces que cada número impar, sustituyamos cada número par por dos fichas marcadas con el número que representan, y cada número impar por una ficha. Tenemos entonces 9 fichas que tienen igual probabilidad de ser escogidas. El número 1 tiene entonces una probabilidad de $\frac{1}{9}$ de ser escogido. La respuesta es (b).

**Solución 9.** La segunda media hora el vehículo tuvo una velocidad promedio de $\frac{20+44}{2} = 32$ Km/h. Entonces la primera media hora recorrió 10Km y la segunda 16Km, para un total de 26Km. La respuesta es (b).

**Solución 10.** Como $888 = 8 \times 111$, tenemos que $888 \times 111 = 2^3 \times 111^2 = 2 \times (2 \times 111)^2$, de donde $n = 111$. La respuesta es (d).

**Solución 11.** Los 4 niños que están en las esquinas saludan a 3 niños cada uno. En las orillas (pero no en las esquinas) hay 24 niños; cada uno saluda a 5 niños. Cada uno de los niños que no está en la orilla (hay 32) saluda a 8 niños. Si hacemos la suma de todos estos saludos, tendremos el doble del total (pues cada saludo se cuenta dos veces), así que el número total de saludos es $\frac{4\times3+24\times5+32\times8}{2} = 194$. La respuesta es (d).

**Solución 12.** Observemos que en una progresión aritmética cada número intermedio es el promedio de los dos a su lado. Entonces el número en la diagonal entre 21 y 27 debe ser su promedio: 24; de la misma manera el número en el segundo renglón entre 16 y 24 es su promedio: 20, así que el número a la derecha de 24 es 28. Ahora ya podemos construir la última columna hasta llegar a $x$ sumando 7 en cada paso: 21, 28, 35, 42. La respuesta es (b).

**Solución 13.** Sea $h$ la altura de $ABC$ en $A$. Entonces $h$ también es la altura de $ABD$ en $A$ y tenemos que $\frac{BC\times h}{2} = 5$ y $\frac{BD\times h}{2} = 4$. Entonces $\frac{BC}{BD} = \frac{5}{4}$, de donde $BD = \frac{4}{5}BC$. Ahora sea $k$ la altura de $BEC$ y de $BDE$ en $E$. Tenemos que $\frac{BC\times k}{2} = 4$. Entonces el valor buscado es $\frac{BD\times k}{2} = \frac{4}{5}\frac{BC\times k}{2} = \frac{16}{5}$. La respuesta es (b).

**Solución 14.** Los números que van quedando arriba en los movimientos sucesivos son: 3, 6, 4, 5, 3, 1, 4 y, finalmente, 6. La respuesta es (e).

**Solución 15.** La curva $y = -f(x)$ se obtiene reflejando la curva $y = f(x)$ a través del eje $x$ y lo mismo ocurre con su tangente, de manera que la tangente a esta nueva curva en el reflejado $(1, -3)$ tiene pendiente $\frac{-3}{2}$. La curva buscada y su tangente en $(1, -1)$ se obtienen subiendo esta nueva curva y su tangente dos unidades. Entonces buscamos el punto de corte con el eje $x$ de la recta que pasa por $(1, -1)$ y cuya pendiente es $\frac{-3}{2}$; éste es $(\frac{1}{3}, 0)$. La respuesta es (c).