

Examen Eliminatorio Estatal de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2008.

Instrucciones: En la hoja de las respuestas marca la respuesta que creas correcta. Si marcas más de una respuesta en alguna pregunta se considerará incorrecta tu respuesta. Cada respuesta correcta vale: 3 puntos para los problemas 1 a 10, 4 puntos para los problemas 11 a 20, y 5 puntos para los problemas 21 a 30.

Tiempo límite: 3:30h

Importante: Las hojas de preguntas deberán devolverse junto con la hoja de respuestas.

1. Hay 5 cajas y cada una contiene algunas tarjetas. Cada tarjeta tiene una letra. Las tarjetas que tiene cada caja se muestran en la figura. Luis quiere retirar tarjetas de cada caja de tal forma que al final cada caja contenga exactamente una tarjeta y cajas diferentes tengan tarjetas con letras distintas. ¿Qué tarjeta quedará en la caja 2?

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">A</td><td style="padding: 2px 10px;">E</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">I</td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">O</td><td style="padding: 2px 10px;">U</td></tr> </table>	A	E	I		O	U	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">E</td><td style="padding: 2px 10px;">I</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">O</td><td style="padding: 2px 10px;">U</td></tr> </table>	E	I	O	U	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">E</td><td style="padding: 2px 10px;">U</td></tr> </table>	E	U	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">I</td></tr> </table>	I	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">E</td><td style="padding: 2px 10px;">I</td></tr> </table>	E	I
A	E																		
I																			
O	U																		
E	I																		
O	U																		
E	U																		
I																			
E	I																		
1	2	3	4	5															

- (a) es imposible (b) E (c) I (d) O (e) U

2. José multiplica por 3, Paz agrega 2 y Nico resta 1. ¿En qué orden deben hacer esto para convertir 3 en 14?

- (a) José, Paz, Nico (b) Paz, José, Nico (c) José, Nico, Paz (d) Nico, José, Paz (e) Paz, Nico, José

3. En la figura de abajo a la izquierda se muestra un ejemplo de una tabla de multiplicación. La información que contiene es simplemente que $5 \times 4 = 20$, $7 \times 4 = 28$, $5 \times 3 = 15$ y $7 \times 3 = 21$. En la figura de abajo a la derecha se muestra otra tabla de multiplicación en la que se borraron algunos números. ¿Qué número va en lugar de A?

×	4	3
5	20	15
7	28	21

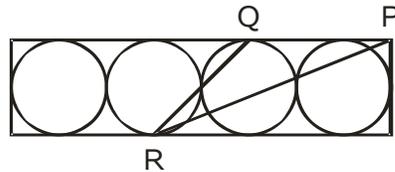
×		
	35	63
	30	A

- (a) 36 (b) 42 (c) 54 (d) 56 (e) 65

4. Tres amigos viven en la misma calle. Uno de ellos es médico, otro es ingeniero y el otro es músico. Sus apellidos son Sáez, Ríos y Ford. El médico no tiene ningún hermano ni hermana y es el más joven de los tres. Ford es más viejo que el ingeniero y está casado con la hermana de Sáez. ¿Cuáles son los apellidos, en orden, del médico, el ingeniero y el músico?

- (a) Sáez/Ríos/Ford (b) Ford/Sáez/Ríos (c) Ríos/Sáez/Ford (d) Ríos/Ford/Sáez (e) Sáez/Ford/Ríos

5. Cuatro círculos tangentes de radio 6 cm están inscritos en un rectángulo como se ve en la figura. Si P es un vértice del rectángulo y Q y R son puntos de tangencia, ¿cuál es el área del triángulo PQR en centímetros cuadrados?



- (a) 27 (b) 45 (c) 54 (d) 108 (e) 180

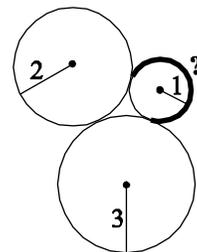
6. Catalina y Susana cortaron a la mitad dos rectángulos iguales pero lo hicieron de distinta forma pues Catalina obtuvo dos rectángulos de 40 cm de perímetro cada uno y Susana obtuvo dos rectángulos de perímetro 50 cm cada uno. ¿Cuál era el perímetro de los rectángulos originales?

- (a) 40cm (b) 50 cm (c) 60 cm (d) 80cm (e) 90cm

7. Un niño siempre dice la verdad en jueves y en viernes, pero siempre dice mentiras en martes. Los demás días de la semana a veces dice mentiras y otras verdades. Durante 7 días consecutivos se le preguntó cuál era su nombre. Sus primeras 6 respuestas fueron, en orden: Mario, Beto, Mario, Beto, Pedro, Beto. ¿Cuál fue su respuesta el 7o día?

- (a) sólo Mario es posible (b) sólo Beto es posible (c) sólo Pedro es posible
(d) cualquiera de Mario o Beto es posible (e) otra respuesta

8. ¿Cuál es la longitud de la línea gruesa marcada en la figura?



- (a) $\frac{5\pi}{4}$ (b) $\frac{5\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$ (e) $\frac{2\pi}{3}$

9. En una recta hay puntos A, B, C y D , en algún orden. Se sabe que $AB=13$, $BC=11$, $CD=14$ y $DA=12$. ¿Cuál es la distancia entre los dos puntos más alejados entre sí?

- (a) 14 (b) 38 (c) 50 (d) 25 (e) otra respuesta

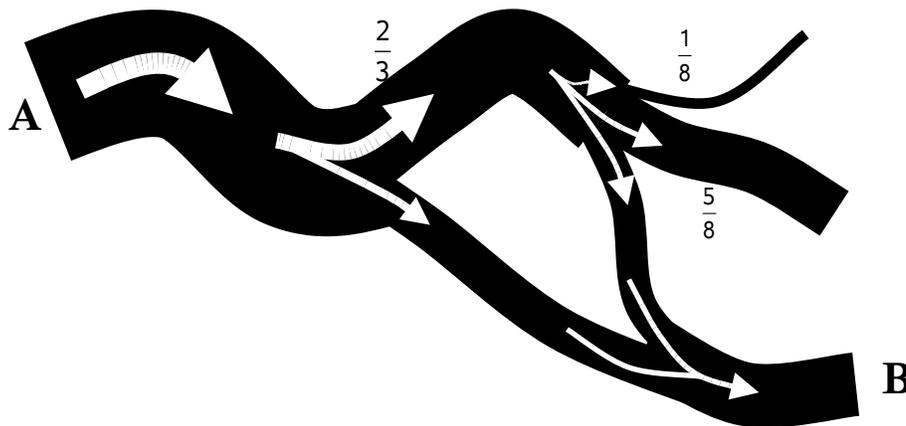
10. Daniel tiene 9 monedas, cada una de 2 pesos; su hermana Rocío tiene 8 monedas, cada una de 5 pesos. ¿Cuál es el mínimo número de monedas que deben intercambiar para que al final tengan el mismo dinero exactamente? (En cada intercambio Daniel le da una moneda a Rocío y, al mismo tiempo, Rocío le da una moneda a Daniel).

- (a) 4 (b) 5 (c) 8 (d) 12 (e) no es posible lograrlo

11. Una caja contiene 7 tarjetas numeradas del 1 al 7. María toma, al azar, tres tarjetas de la caja y después Carla toma 2 de las restantes, sin enseñárselas a María; sin embargo María, que es muy inteligente, le dice a Carla: “Sé que la suma de tus cartas es par.” ¿Cuál es la suma de las cartas de María?

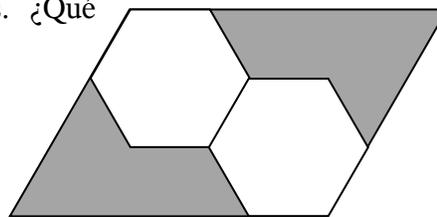
- (a) 6 (b) 9 (c) 10 (d) 12 (e) 15

12. La figura muestra el esquema de un río que se va dividiendo. Empieza en el punto A ; luego se divide en dos ramas, la primera se lleva $\frac{2}{3}$ del agua y la otra el resto. Después la primera rama se divide en tres, una de ellas toma $\frac{1}{8}$ del agua de esa rama, otra toma $\frac{5}{8}$ y la otra rama, que lleva el sobrante, se une con la segunda rama original. ¿Qué proporción del río llega al punto B ?



- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{2}{9}$ (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{1}{4}$

13. En la figura los dos hexágonos regulares son iguales. ¿Qué fracción del paralelogramo está sombreada?

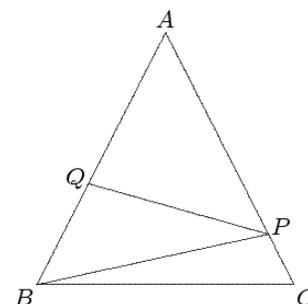


- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{2}{5}$ (e) $\frac{5}{12}$

14. ¿Cuántos números de 2 cifras (es decir, del 10 al 99) son tales que el dígito de la derecha es más grande que el de la izquierda? (Por ejemplo, 23 es uno de los números que cumple la propiedad pero 44 no.)

- (a) 9 (b) 18 (c) 26 (d) 30 (e) 36

15. La figura muestra un triángulo isósceles con $AB=AC$. Si PQ es perpendicular a AB , el ángulo BPC mide 120° y el ángulo QPB mide 40° , ¿cuánto mide el ángulo PBC ?



- (a) 5° (b) 10° (c) 15° (d) 20° (e) 25°

16. Para n entero positivo, se llama $n!$ al producto de todos los enteros del 1 al n (es decir, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ y, por ejemplo, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$). ¿Cuál es el valor de n si $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$?

- (a) 13 (b) 14 (c) 15 (d) 16 (e) 17

17. En la figura se muestra una multiplicación y cada asterisco representa un dígito (posiblemente distintos entre sí). ¿A qué es igual la suma de los dígitos del resultado de la multiplicación?

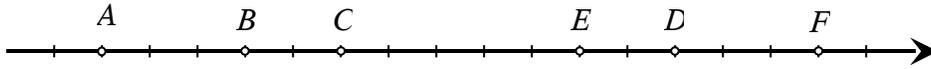
$$\begin{array}{r}
 \times \quad * * * \\
 \quad \quad 1 * * \\
 \hline
 \quad \quad 2 2 * * \\
 + \quad 9 0 * \\
 \quad * * 2 \\
 \hline
 5 6 * * *
 \end{array}$$

- (a) 16 (b) 20 (c) 26 (d) 30 (e) otra respuesta

22. Si $x^2yz^3=7^3$ y $xy^2=7^9$, ¿a qué es igual xyz ?

- a) 7^4 (b) 7^6 (c) 7^8 (d) 7^9 (e) 7^{10}

23. Seis enteros están marcados en la recta numérica como se muestra en la figura. Si se sabe que al menos dos de ellos son múltiplos de 3 y al menos dos de ellos son múltiplos de 5, ¿cuáles de los número son múltiplos de 15?



- (a) A y F (b) B y D (c) C y E (d) los seis números (e) sólo uno de los números

24. De los siguientes 7 números: $-9, 0, -5, 5, -4, -1, -3$, se escogieron 6 y se acomodaron por parejas de tal forma que la suma de cada pareja fuera la misma. ¿Cuál es el número que no se escogió?

- (a) 5 (b) 0 (c) -3 (d) -4 (e) -5

25. ¿Cuántas parejas (a, b) de enteros positivos satisfacen $a^2+8b=2008$?

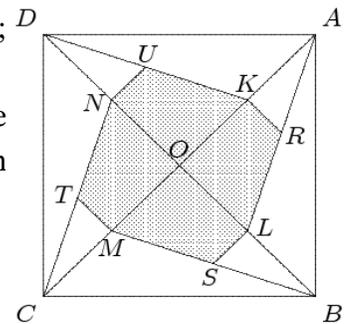
- (a) ninguna (b) 1 (c) 2 (d) 8 (e) 11

26. El máximo común divisor de dos enteros positivos a y b es 12, y su mínimo común múltiplo es un cuadrado. ¿Cuántos de los siguientes 5 números son cuadrados?

$$\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{a}{4}, \frac{b}{4}, a \times b ?$$

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) no hay suficiente información

27. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado con centro O y área 1; K, L, M, N son los puntos medios de OA, OB, OC y OD , respectivamente, y R, S, T y U son los puntos medios de AL, BM, CN y DK , respectivamente. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



- (a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{9}{16}$ (e) $\frac{15}{32}$

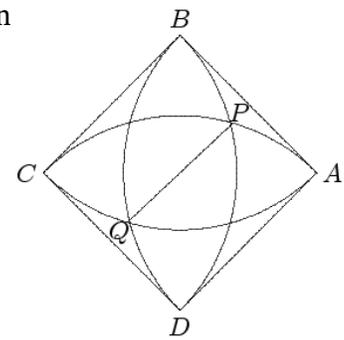
28. Se tienen números $0 < r < s < t < u$. El promedio entre r y t es s , el promedio entre r y u es t . ¿Cuál es el promedio entre s y u ?

- (a) $u + \frac{t+u}{2}$ (b) $t + \frac{s-r}{2}$ (c) $t + \frac{t+s}{2}$ (d) $t + \frac{u-r}{4}$ (e) t

29. ¿Cuántos números enteros de 2008 cifras cumplen la propiedad de que cada número formado por dos dígitos consecutivos del número es múltiplo ya sea de 17 o de 23?

- (a) 0 (b) 1 (c) 5 (d) 10 (e) más de 10

30. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado de lado 1 y los semicírculos tienen centros en A, B, C y D . ¿Cuál es la longitud de PQ ?



- (a) $2 - \sqrt{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (e) $\sqrt{3} - 1$