

Bienvenidos a la 30° Olimpiada Mexicana de Matemáticas

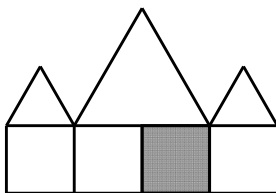
Examen Estatal

Instrucciones

- Contesta cada pregunta marcando con una cruz tu solución en la hoja de respuestas.
- Las preguntas de la 1 a la 5 valen 1 punto.
- Las preguntas de la 6 a la 15 valen 2 puntos.
- las preguntas de la 16 a la 20 valen 3 puntos.
- Recuerda que no se permite el uso de calculadores, tablas, libros, guías, etc.
- La duración del examen es de 4 horas.

Examen Estatal, primera etapa
XXX Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Problema 1. La siguiente casa está formada por cuatro cuadrados iguales y tres triángulos equiláteros. Si el perímetro de la figura es 98 cm . ¿Cuál es el área de la región sombreada?



- a) 9 cm^2 b) 49 cm^2 c) 14 cm^2 d) 1 cm^2 e) 50 cm^2

Problema 2. Un lago contiene peces rojos y amarillos. Dos quintos de los peces son amarillos y el resto son de color rojo. Tres cuartos de los peces amarillos son hembras. En total, hay el mismo número de peces hembra que de peces macho. ¿Qué fracción del total de peces son machos rojos?

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{7}{10}$ e) $\frac{1}{5}$

Problema 3. Entre el 1 y el 750, inclusive, ¿cuántos múltiplos de 2 hay que no son múltiplos de 3?

- a) 100 b) 75 c) 250 d) 375 e) 500

Problema 4. Pablo tiene que darle 15 pesos a Mario y para ello tiene suficientes monedas de 1, 2 y 5 pesos. ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

- a) 18 b) 20 c) 19 d) 15 e) 22

Problema 5. Un niño monta en bicicleta a una velocidad constante de 15 kilómetros por hora. ¿Cuántos metros avanza cada minuto?

- a) $25\frac{\text{m}}{\text{min}}$ b) $250\frac{\text{m}}{\text{min}}$ c) $2500\frac{\text{m}}{\text{min}}$ d) $1500\frac{\text{m}}{\text{min}}$ e) $150\frac{\text{m}}{\text{min}}$

Problema 6. Tomás y Juan participaron en una carrera. El número de corredores que terminaron antes que Tomás fue el mismo número de corredores que terminaron después que él. El número de corredores que terminaron antes que Juan fue igual a tres veces el número de corredores que terminaron después que él. Al final, hubo 10 corredores entre Tomás y Juan. Todos los corredores terminaron la carrera y no hubo empates. ¿Cuántos corredores participaron en la carrera?

- a) 22 b) 100 c) 55 d) 10 e) 45

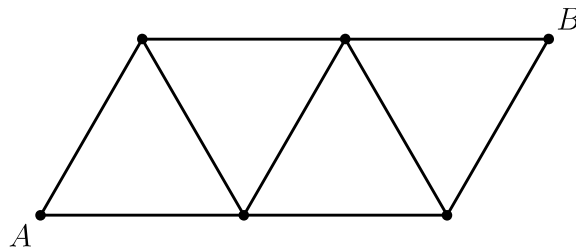
Problema 7. Se tiene un contenedor con forma de cubo de 20 *cm* de lado. Si se le vertieran 6.4 litros de agua, ¿a qué altura llegaría el agua? Recuerda que 1 litro equivale a 1000 *cm*³.

- a) 10 *cm* b) 16 *cm* c) 8 *cm* d) 12 *cm* e) El agua no cabe en el contenedor

Problema 8. ¿Cuál es el valor de $\sqrt{2^{16} + 2^{15} + 2^{12}}$?

- a) 64 b) 1024 c) 2^{15} d) 320 e) 100

Problema 9. Se construye un paralelogramo pegando cuatro triángulos equiláteros de lados 10 *cm*, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la distancia entre los puntos *A* y *B*?



- a) 70 *cm* b) 26 *cm* c) $7\sqrt{7}$ *cm* d) $10\sqrt{7}$ *cm* e) 20 *cm*

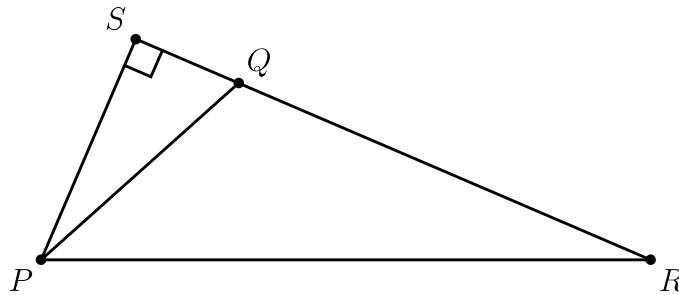
Problema 10. Trece amigos juegan un juego de mesa. Para jugar este juego, cada jugador recibe algunas monedas, de manera que el primer jugador recibe 1 moneda y cada uno de los siguientes jugadores recibe una cantidad de monedas igual al doble de monedas que recibió el jugador anterior. Hay en total 10000 monedas. ¿Cuántas monedas quedarán en el banco una vez que todos los jugadores hayan recibidos sus monedas?

- a) 8191 b) 1809 c) 1000 d) 5000 e) 1

Problema 11. ¿Cuántos dígitos tiene el número $32^{33} \cdot 125^{55}$?

- a) 166 b) 55 c) 33 d) 150 e) 100

Problema 12. En el triángulo rectángulo PSQ se tiene que $SQ = 5 \text{ cm}$, $PQ = 13 \text{ cm}$ y $PR = 37 \text{ cm}$. ¿Cuánto vale QR ?



- a) 26 cm b) 27 cm c) 28 cm d) 29 cm e) 30 cm

Problema 13. ¿Cuál es el dígito de las unidades de $21^{2016} + 23^{2016} + 25^{2016}$?

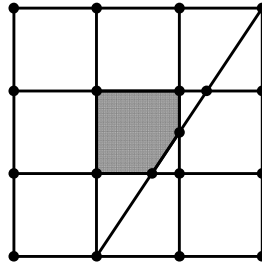
- a) 5 b) 7 c) 9 d) 1 e) 3

Problema 14. En un parque de diversiones, hay una maquina expendedora de canicas con dos botones y un recipiente: el primer botón suelta 16 canicas en el recipiente, mientras que el segundo botón incrementa el número de canicas en el recipiente en un 50%. Después de insertar una moneda, se puede apretar uno de los dos botones. Si el recipiente empieza vacío, ¿cuál es la máxima cantidad de canicas que se pueden comprar con 5 monedas?

- a) 128 b) 64 c) 160 d) 108 e) 100

Problema 15. Si cada uno de los 9 cuadrados más pequeños tiene lado igual a 1 cm , ¿cuánto mide el área sombreada?

- a) $\frac{7}{8} \text{ cm}^2$ b) $\frac{1}{2} \text{ cm}^2$ c) $\frac{8}{9} \text{ cm}^2$ d) $\frac{11}{12} \text{ cm}^2$ e) 1 cm^2



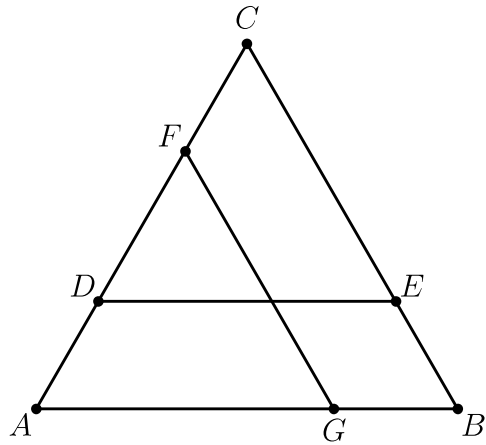
Problema 16. Un número primo positivo tiene tres dígitos a, b, c en ese orden. ¿Cuántos divisores primos positivos tendrá el número de seis dígitos escrito en forma decimal \overline{abcabc} ?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 1

Problema 17. Un artista ha hecho una escultura de piedra en la forma de un poliedro extraño. La superficie de la escultura esta hecha de 31 caras triangulares, 18 caras en forma de cuadrilátero, 11 caras pentagonales y 7 caras hexagonales. ¿Cuántas aristas tiene el poliedro?

- a) 67 b) 200 c) 100 d) 131 e) 262

Problema 18. Un triángulo equilátero ABC de lado 1 m, se divide en dos partes de igual área por un segmento DE paralelo a AB , como se muestra en la figura. De la misma manera, el triángulo se divide en dos partes de igual área por un segmento GF paralelo a BC . ¿Cuál es la longitud del segmento DF ?



- a) $\sqrt{2}m$ b) $\frac{1}{2}m$ c) $\sqrt{2} - 1m$ d) $\frac{1}{3}m$ e) $\sqrt{3} - 2m$

Problema 19. ¿Cuántos números de 3 dígitos tienen exactamente un dígito igual a 5?

- a) 900 b) 225 c) 352 d) 182 e) 405

Problema 20. ¿Cuál es la suma de los primeros 100 términos de la sucesión

1, 3, 1, 3, 3, 1, 3, 3, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 3, ...?

- a) 87 b) 225 c) 301 d) 187 e) 274