

## Examen Semifinal de la 17a Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Tiempo límite: 4 horas.

Escribe todos los razonamientos.

No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

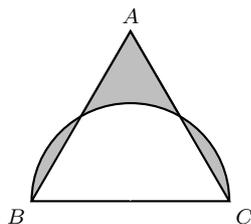
Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de las preguntas del examen.

**Problema 1.** Exactamente una de las siguientes afirmaciones acerca del número de mi casa es falsa.

- (a) La suma de las cifras del número es 6.
- (b) Dos de las cifras del número son iguales.
- (c) El número es menor que 110.
- (d) El número es mayor que 40.
- (e) El número es primo.

(Nota: Las cifras de un número son los dígitos que lo forman; por ejemplo, las cifras de 2003 son 2, 0, 0 y 3.) ¿Cuál es el número de mi casa?

**Problema 2.** En la siguiente figura el triángulo  $ABC$  es equilátero, tiene lado 2 y la semicircunferencia tiene diámetro  $BC$ . ¿Cuánto vale el área sombreada?



**Problema 3.** Llamemos *capicúa* a un año si el número del año tiene al menos dos cifras y se lee igual al derecho que al revés (por ejemplo, 2002 fue un año capicúa). Un hombre nació un 1º de enero y vivió durante 12 años capicúa.

- (a) ¿Cuál es la menor edad que pudo haber tenido cuando murió?
- (b) Suponiendo que murió de la edad del inciso (a), ¿en qué años pudo haber nacido?

**Problema 4.** En un cuadrado de  $4 \times 4$  se hace un corte con una línea recta que lo divide en dos cuadriláteros iguales. Si los cuadriláteros tienen perímetro 13, ¿cuál es la longitud del lado menor de los cuadriláteros?

**Problema 5.** Alicia tiene 6 tarjetas y en cada una de ellas está escrito un número entero positivo (algunos de los números pueden ser iguales entre sí). Toma 3 tarjetas y suma los números correspondientes. Al hacer esto con las 20 posibles combinaciones de 3 tarjetas, obtiene 10 veces el resultado 18, y 10 veces el resultado 16. ¿Cuáles son los números de las tarjetas?

**Problema 6.** En un juego de computadora se empieza con un tablero de  $3 \times 2$  coloreado de blanco y negro, como se indica en la figura A. En cada jugada se eligen dos cuadrillos que comparten un lado y se les cambia el color de acuerdo a las siguientes reglas:

Negro cambia a rojo, rojo cambia a blanco y blanco cambia a negro.

- (a) Describe una forma de convertir el tablero A en el tablero B en 6 jugadas.
- (b) Demuestra que no es posible convertir el tablero A en el B en menos de 6 jugadas.

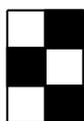


Figura A

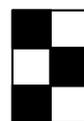


Figura B